

নতুন
আজিকে



ADMISSION WAR
তোমার প্রেরণা তুমি লিজেই

ORACLE BCS

প্রিলিমিনারি

Lecture No **1-4**

নাম

ব্যাচ নং

আইডি নং

গাণিতিক যুক্তি ও
মানসিক দক্ষতা

Topics

- ✧ বাস্তব সংখ্যা, ল.সা.গু ও গ.সা.গু
অনুপাত-সমানুপাত
- ✧ শতকরা, লাভ-ক্ষতি
সরল ও যৌগিক মুনাফা
- ✧ বীজগাণিতীয় সূত্রাবলি
বহুপদী উৎপাদক, সরল সমীকরণ
- ✧ দ্বিপদী সমীকরণ, সরল ও
দ্বিপদী অসমতা, সরল সহসমীকরণ



প্রধান কার্যালয় : রাফিন প্লাজা (লিফট-৫), নীলক্ষেত, (বেলাকা হলের পাশে)
৩/বি মীরপুর রোড, ঢাকা। মোবাইল : ০১৭৪৬-১৯৮৪৪৫, ০১৭১৩২৩৯৮১১-১২

কর্পোরেট অফিস : মল্লিক টাওয়ার (লিফট-৭) সদরঘাট, ঢাকা
মোবাইল : ০১৭১৩-২৩৯৮১৪-১৫, ০১৯৭৬-১৯৮৪৪৫

Lecture- 1

বাস্তব সংখ্যা

ইংরেজি 'Mathematics' শব্দের বাংলা প্রতিশব্দ 'গণিত'। Mathematics শব্দটি গ্রীক শব্দ 'Mthematta' হতে এসেছে। যার অর্থ 'শিক্ষণীয় বিষয়সমূহ'। গণিত হচ্ছে গণনার বিজ্ঞান যার ভিত্তি হচ্ছে সংখ্যা।

অক্সফোর্ড অভিধানে গণিতের সংজ্ঞা দেওয়া হয়েছে এভাবে; Mathematics is the science of space, numbers and quantity. যার অর্থ গণিত হলো স্থান, সংখ্যা এবং পরিমাণ সম্পর্কিত বিজ্ঞান।

গণিতের আদি ভূমি : মিসর, ভারতবর্ষ, ব্যাবিলন। কয়েকজন উল্লেখযোগ্য গণিতবিদের নাম : পীথাগোরাস, ইউক্লিড, নিউটন, ওমর খৈয়াম, আল-খাওয়ারিজমী, গ্যালিলিও, আর্কিমিডিস, চার্লস ব্যাবেজ প্রমুখ।

গাণিতিক চিহ্ন : যে সকল প্রতীক বা চিহ্ন গাণিতিক কার্যক্রমের গতি প্রকৃতি এবং করণীয় নির্ধারণ করে তাকে গাণিতিক চিহ্ন বলে। যেমন— যোগ (+), বিয়োগ (-), গুণ (×) ইত্যাদি। গণিতের বিভিন্ন শাখা-প্রশাখার (পাটিগণিত, বীজগণিত ও জ্যামিতি) জন্য পৃথক পৃথক গাণিতিক চিহ্ন আছে। নিচে তার তালিকা দেওয়া হল।

ক্রম	চিহ্ন	বাংলায়	ইংরেজিতে
1	.	দশমিক	Point
2	.	পৌনঃপুনিক	Recurring
3	+	যোগ/সমষ্টি	Plus
4	±	যোগ অথবা বিয়োগ	Plus Or Minus
5	—	বিয়োগ	Minus
6	×, *	গুণ	Multiplication
7	÷, /	ভাগ	Division
8	=	সমান	Equal
9	≠	সমান নয়	Not equal
10	≈	প্রায় সমান	Approximately equal
11	∴	সুতরাং	Therefore
12	∵	যেহেতু	Because/Since
13	≡	সর্বসম	Is equivalent to
14	<	ছোট	'Is less than
15	≧	ছোট নয়	Is not less than
16	≤	ছোট অথবা সমান	Is less Or equal to
17	>	বড়	Is greater than
18	≧	বড় নয়	Is not greater than
19	≥	বড় অথবা সমান	Is greaterthan Or, equal to
20	%	শতকরা	Percent
21	∞	অসীম	Infinity
22	∞	সমানুপাতিক	Is Proportional to
23	∈	সেটের উপাদান	Is an element of
24	∉	সেটের উপাদান নয়	Is not an element of
25	∅, {}	ফাঁকা সেট	Empty Set
26	∩	ছেদক	Intersection
27	∪	সংযোগ	Union
28	⇒	বা	Implies that
29	log _e	স্বাভাবিক লগ	Natural log
30	√	বর্গমূল	Square root
31	∛	ঘনমূল	Cube root

32	π	পাই	Pi
33	∠	কোণ	Angle
34	⊥	লম্ব	Is perpendicular to
35	∥	সমান্তরাল	Is Parallel to
36	∟	সমকোণ	Right angle
37	Δ	ত্রিভুজ	Triangle
38	°	ডিগ্রি	Degree
39	'	মিনিট/ফুট	Minute/Foot
40	''	সেকেন্ড/ইঞ্চি	Second/Inch

তথ্য ভান্ডার :

❖ '0' সংখ্যাটির জনক আর্থাভট্ট। তিনি ব্রহ্ম গুণ্ডের শিষ্য। '0' সংখ্যাটির উৎপত্তি ভারত মহাদেশে। আর্থাভট্ট হলেন পাটিগণিতের জনক এবং পাটিগণিতের লেখক যাদব।

❖ বীজগণিতের জনক মুঃ ইবনে মুসা আল খাওয়ারিজমী। বীজগণিতের লেখক-আল জাবেরী ইবনে হাইয়ান।

❖ জ্যামিতির জনক ইউক্লিড। তিনি ১৩ খণ্ডের 'The Elements' বইটি রচনা করেন।

❖ বলবিদ্যার জনক → নিউটন।

❖ সেট তত্ত্বের জনক → ফিলিপ ক্যাটর।

❖ গণিতে লগারিদমের জনক → জন নেপিয়ার।

অংক : হিসাবনিকাশ ও গণনার কাজে যে সকল প্রতীক বা চিহ্ন ব্যবহৃত হয় তাকে অংক বলে। গণিতে মোট অংক আছে ১০টি। যথা— ০, ১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬, ৭, ৮ এবং ৯। অংকগুলো দুই ভাগে বিভক্ত। (১) সার্থক অংক : ১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬, ৭, ৮, এবং ৯। সার্থক অংকগুলোর ধারণা দেন আরবীয়রা (মিসর, ব্যাবিলন)। (২) সাহায্যকারী অংক : '০'। এটির ধারণা দেন ভারতীয়রা।

সংখ্যা : এক বা একাধিক অংক মিলে সংখ্যা তৈরি হয়। যেমন— ১২৩, ১০৫, ১০১০ ইত্যাদি। আবার অংকের সাথে টি, টা, খানা, খানি প্রভৃতি থাকলে সেগুলো সংখ্যা হিসেবে বিবেচিত হবে।

ধনাত্মক সংখ্যা :

যে সকল সংখ্যা শূন্য হতে বড় তাদেরকে ধনাত্মক সংখ্যা বলে। যেমন— ১, ২, ৩, , n ইত্যাদি।

ঋণাত্মক সংখ্যা :

যে সকল সংখ্যা শূন্য হতে ছোট তাদেরকে ঋণাত্মক সংখ্যা বলে। যেমন: -১, -২, -৩ -১২ ইত্যাদি।

মনে রাখতে হবে যে শূন্য এমন একটি সংখ্যা যা সকল ধনাত্মক ও ঋণাত্মক সংখ্যার মাঝে অবস্থান করে। অর্থাৎ শূন্য হচ্ছে সংখ্যা রেখার মধ্য বিন্দু। দুটি সংখ্যার মধ্য যে সংখ্যাটি অপেক্ষাকৃত ডানে অবস্থিত সেই সংখ্যাটি বৃহত্তম হবে।

পূর্ণসংখ্যা :

শূন্যসহ সকল ধনাত্মক ও ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যাই পূর্ণসংখ্যা (Integer)। পূর্ণসংখ্যা চার প্রকার। পূর্ণ সংখ্যার সেটের ক্ষুদ্রতম বা বৃহত্তম কোনো সদস্য নেই। যথা—

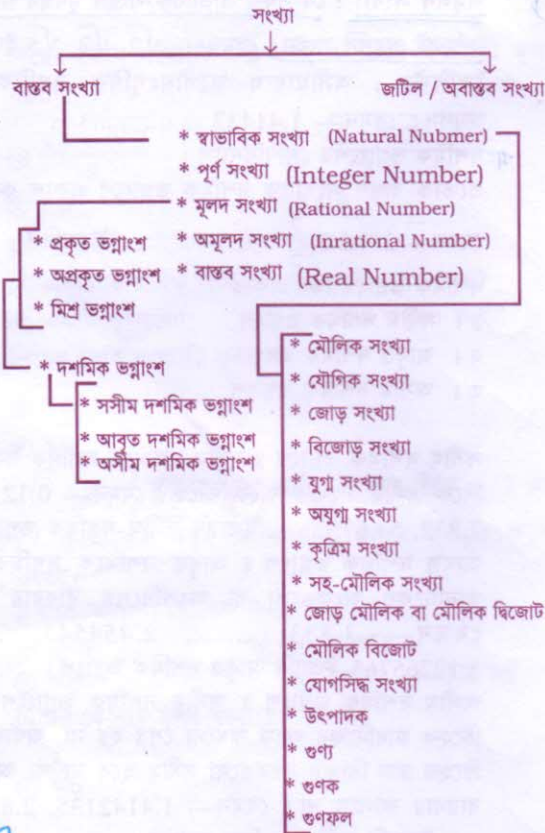
- (১) জোড় সংখ্যা (Even Number)
- (২) বিজোড় সংখ্যা (Odd Number)
- (৩) মৌলিক সংখ্যা (Prime Number) এবং
- (৪) যৌগিক/কৃত্রিম সংখ্যা (Composite Number)

- ১। জোড় সংখ্যা : '২' দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য সংখ্যাকে জোড় সংখ্যা বলে। যেমন— ২, ৪, ৬, ৮, ১০০ ইত্যাদি।
- ২। বিজোড় সংখ্যা : '২' দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য নয় এরূপ সংখ্যাকে বিজোড় সংখ্যা বলে।
বিজোড় সংখ্যাকে ২ দ্বারা ভাগ করলে '১' অবশিষ্ট থাকে।
যেমন— ১, ৩, ৫, ৭, ১০১ ইত্যাদি।
- ৩। মৌলিক সংখ্যা : যে সকল সংখ্যাকে ১ এবং ঐ সংখ্যা ব্যতীত অন্য কোন সংখ্যা দ্বারা ভাগ করা যায় না (নিঃশেষে) ঐ সকল সংখ্যাকে মৌলিক সংখ্যা বলে। ২, ৩, ৫, ৭, ১১, ১৩ ইত্যাদি।

[Note : মৌলিক সংখ্যার বর্গমূল সর্বদা অমূলদ সংখ্যা।
'১-১০০' পর্যন্ত ২৫টি মৌলিক সংখ্যা আছে।

যথা : ০ — ১০ পর্যন্ত	২, ৩, ৫, ৭	→ ৪টি
১০ — ২০ পর্যন্ত	১১, ১৩, ১৭, ১৯	→ ৪টি
২০ — ৩০ পর্যন্ত	২৩, ২৯	→ ২টি
৩০ — ৪০ পর্যন্ত	৩১, ৩৭	→ ২টি
৪০ — ৫০ পর্যন্ত	৪১, ৪৩, ৪৭	→ ৩টি
৫০ — ৬০ পর্যন্ত	৫৩, ৫৯	→ ২টি
৬০ — ৭০ পর্যন্ত	৬১, ৬৭	→ ২টি
৭০ — ৮০ পর্যন্ত	৭১, ৭৩, ৭৯	→ ৩টি
৮০ — ৯০ পর্যন্ত	৮৩, ৮৯	→ ২টি
৯০ — ১০০ পর্যন্ত	৯৭	→ ১টি

মনে রাখার উপায় : ৪৪, ২২, ৩২২, ৩২১।



- প্রশ্ন : ২ থেকে ৩২-এর মধ্যে মৌলিক সংখ্যা কয়টি?
- ☐ ১১টি ☐ ৯টি
- ✓ ☐ ১০টি ☐ ১২টি
- দ্রষ্টব্য : মধ্যে, মধ্যবর্তী, মাঝে, Between ইত্যাদি বলা হলে ১ম ও শেষ সংখ্যা বাদ যাবে। অন্যদিকে যদি বলা হয় ১ থেকে ৫০ পর্যন্ত, তাহলে প্রথম ও শেষ সংখ্যা গণ্য হবে।

- প্রশ্ন : নিম্নের কোনটি মৌলিক সংখ্যা?
- ☐ ৪৫৩ ✓ ☐ ২৪১
- ☐ ৪৮৯ ☐ ৩৫৭
- যুক্তি : যে সকল সংখ্যা ২, ৩, ৪, ৭ দ্বারা বিভাজ্য নয় সে সংখ্যাটি মৌলিক সংখ্যা হতে পারে।
- প্রশ্ন : n এর যে কোন মানের জন্য নিচের কোন সংখ্যাটি সর্বদা বিজোড় হবে?
- ☐ $2(n+1)$ ✓ ☐ $2n+1$
- ☐ $\frac{n+1}{2}$ ☐ n^2
- প্রশ্ন : নিচের কোন সংখ্যাটি অন্যগুলো হতে ভিন্ন?
- 1, 3, 5, 7, 11, 13
- ✓ ☐ 1 ☐ 11
- ☐ 13 ☐ 7
- যুক্তি : 3, 5, 7, 11, 13 সবগুলোই মৌলিক সংখ্যা কিন্তু 1 মৌলিক সংখ্যা নয়।
- প্রশ্ন : 1 থেকে 100 পর্যন্ত সংখ্যাগুলোর মধ্যে কতটি মৌলিক সংখ্যা আছে?
- ☐ ২৩টি ☐ ২৪টি
- ✓ ☐ ২৫টি ☐ ২৬টি
- প্রশ্ন : ৬০ থেকে ৮০ এর মধ্যবর্তী বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম মৌলিক সংখ্যাঘরের গড় কত?
- ✓ ☐ ৭০ ☐ ৬৭
- ☐ ৮০ ☐ ৭৭
- যুক্তি : 1 থেকে 100-এর মধ্য বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম মৌলিক সংখ্যার পার্থক্য কত?
- ✓ ☐ 95 ☐ 96
- ☐ 88 ☐ 87
- যুক্তি : $97-2=95$
- # যুগ্ম সংখ্যা : যে সংখ্যা ২ দ্বারা বিভাজ্য তাকে যুগ্ম সংখ্যা বলে। যেমন ৪, ৬, ৮, ১০ ইত্যাদি।
- # অযুগ্ম সংখ্যা : যে সংখ্যা ২ দ্বারা বিভাজ্য নয়, তাকে অযুগ্ম সংখ্যা বলে। যেমন ৩, ৭, ৯, ১১ ইত্যাদি।
- # কৃত্রিম সংখ্যা : যে সংখ্যার কমপক্ষে একটি প্রকৃত উৎপাদক আছে তাকে কৃত্রিম সংখ্যা বলে। যেমনঃ $৮ = ২ \times ২ \times ২$ ।
- # যোগসিদ্ধ সংখ্যা : কোন সংখ্যা ১সহ প্রকৃত উৎপাদকের সমষ্টি সংখ্যাটির সমান হলে সংখ্যাটিকে যোগসিদ্ধ সংখ্যা বলা হয়। যেমন - ৬। এখানে $৩ \times ২ = ৬$ আবার $১ + ২ + ৩ = ৬$ ।
- # উৎপাদক : কোন নির্দিষ্ট সংখ্যাকে যতগুলো সংখ্যা দিয়ে নিঃশেষে ভাগ করা যায় তার প্রত্যেকটিকে মূল সংখ্যার উৎপাদক বলে। যেমন - ১২ কে ১, ২, ৩, ৪, ৬ ও ১২ দ্বারা নিঃশেষে ভাগ করা যায়। তাই ১, ২, ৩, ৪, ৬ ও ১২-কে ১২ এর উৎপাদক বলে।
- # গুণ্য : যে সংখ্যাকে গুণ করা হয় তাকে গুণ্য বলে।
- # গুণক : যে সংখ্যা দ্বারা গুণ করা হয় তাকে গুণক বলে।
- # গুণফল : গুণ্যকে গুণক দ্বারা গুণ করলে যে ফল পাওয়া যায় তাকে গুণফল বলে।
- # মৌলিক দ্বি-জোট : দুটি মৌলিক সংখ্যার অন্তর '২' হলে তাকে মৌলিক দ্বি-জোট বলে। যেমন — (৩, ৫), (৫, ৭), (১১, ১৩), (১৭, ১৯) ইত্যাদি।
- # মৌলিক ত্রি-জোট : তিনটি মৌলিক সংখ্যার অন্তর '২' করে হলে তাকে মৌলিক ত্রি-জোট বলে। মোট ৮টি মৌলিক দ্বি-জোট আছে। যেমন— (৩, ৫, ৭) ইত্যাদি।

এবং $0.\dot{2}4 \times 1 = 0.242424 \dots \times 1 = 0.242424$

বিয়োগ করে, $0.\dot{2}4(100 - 1) = 24$

বা, $0.\dot{2}4 \times 99 = 24$

বা, $0.\dot{2}4 = \frac{24}{99} = \frac{8}{33}$

নির্ণেয় ভগ্নাংশ $\frac{8}{33}$

বিঃ দ্রঃ সকল আবৃত্ত দশমিক মূলদ সংখ্যা।

আবৃত্ত দশমিককে সামান্য ভগ্নাংশে রূপান্তরের সহজ নিয়ম :
নির্ণেয় ভগ্নাংশের লব = প্রদত্ত দশমিক ভগ্নাংশের দশমিক বিন্দু বাদ দিয়ে প্রাপ্ত সংখ্যা এবং অনাবৃত্ত অংশ দ্বারা গঠিত সংখ্যার বিয়োগফল।

নির্ণেয় ভগ্নাংশের হর = দশমিক বিন্দুর পরে আবৃত্ত অংশে যতগুলো অংক আছে ততগুলো নয় (9) এবং অনাবৃত্ত অংশে যতগুলো অংক আছে ততগুলো শূন্য (0) দ্বারা গঠিত সংখ্যা।

উদাহরণ : $45.2\dot{3}4\dot{6}$ কে সামান্য ভগ্নাংশে প্রকাশ করুন।

সমাধান : $45.2\dot{3}4\dot{6} = \frac{452346 - 452}{9990} = \frac{451894}{9990}$
 $= \frac{225947}{9995} = 45\frac{1172}{4995}$

\therefore নির্ণেয় ভগ্নাংশ $45\frac{1172}{4995}$

প্রশ্ন : নিম্নের কোন সংখ্যাটি $\sqrt{2}$ এবং $\sqrt{3}$ -এর মধ্যবর্তী মূলদ সংখ্যা?

(ক) $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$ (খ) $\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{2}$

(গ) 1.5 (ঘ) 1.8

প্রশ্ন : যদি a একটি মৌলিক সংখ্যা হয় তাহলে \sqrt{a} —

- (ক) একটি স্বাভাবিক সংখ্যা (খ) একটি মূলদ সংখ্যা
(গ) একটি পূর্ণসংখ্যা (ঘ) একটি অমূলদ সংখ্যা

প্রশ্ন : নিচের কোন সংখ্যাটি মূলদ ?

(ক) $\sqrt{5}$ (খ) $\sqrt{7}$
(গ) $\sqrt{9}$ (ঘ) $\sqrt{11}$

যুক্তি : $\sqrt{9} = 3 = \frac{3}{1}$ দুটি সংখ্যার অনুপাত। অন্যদিকে 5, 7 এবং 11 প্রত্যেকেই অপূর্ণ বর্গসংখ্যা। এদের বর্গমূল অমূলদ সংখ্যা।

প্রশ্ন : 2 বাদে অন্যান্য মৌলিক সংখ্যা কী?

- (ক) জোড় (খ) বিজোড়
(গ) অমূলদ (ঘ) উপরের কোনটিই নয়

প্রশ্ন : নিচের কোনটি মূলদ সংখ্যা?

(ক) $\sqrt[3]{6}$ (খ) π
(গ) $\sqrt{2}$ (ঘ) $\sqrt[3]{8}$

প্রশ্ন : নিচের কোন উক্তিটি সঠিক নয়?

- (ক) 39 একটি স্বাভাবিক সংখ্যা
(খ) 39 একটি পূর্ণ সংখ্যা
(গ) 39 একটি বাস্তব সংখ্যা
(ঘ) 39 একটি অমূলদ সংখ্যা

গণিত লেকচার শিট প্রিলি. (১-৪) - ২

যুক্তি : $39 = \frac{39}{1}$; অতএব এটি অমূলদ হতে পারে না।

প্রশ্ন : নিচের কোন সংখ্যাটি অমূলদ?

(ক) $\frac{2}{3}$ (খ) $\frac{3}{2}$
(গ) $\frac{2}{5}$ (ঘ) $\frac{22}{7}$

$\frac{2}{3} = 0.\dot{6}$, $\frac{3}{2} = 1.5$, $\frac{2}{5} = 0.4$, $\frac{22}{7} = 3.14285 \dots$

প্রশ্ন : “0” কোন ধরনের সংখ্যা?

- (ক) মূলদ (খ) অমূলদ
(গ) স্বাভাবিক (ঘ) উপরের কোনটিই নয়

প্রশ্ন : নিচের কোনটি অন্যগুলো থেকে ভিন্ন?

(ক) 0 (খ) 2
(গ) 3 (ঘ) 4

যুক্তি : সঠিক উত্তর (ক) 0। কারণ 2, 3, 4 প্রত্যেকেই ধনাত্মক সংখ্যা কিন্তু 0 ধনাত্মক নয়।

প্রশ্ন : যদি P একটি মৌলিক সংখ্যা হয় তবে— [২৬তম]

(ক) $\sqrt{P} \in \mathbb{N}$ (খ) $\sqrt{P} \in \mathbb{Z}$
(গ) $\sqrt{P} \in \mathbb{Q}$ (ঘ) $\sqrt{P} \in \mathbb{Q}$

যুক্তি : একটি মৌলিক সংখ্যার বর্গমূল সর্বদা অমূলদ সংখ্যা।

বর্গ (square) :

কোন সংখ্যাকে ঐ সংখ্যা দ্বারা গুণ করলে যে গুণফল পাওয়া যায় তাকে বর্গ বা square বলে। যেমন,

$(13)^2 = 13 \times 13 = 169$;

$(15)^2 = 15 \times 15 = 225$

প্রশ্ন : নিম্নের কোনটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা?

(ক) 1৮৭৫ (খ) ১৯৭৫
(গ) ১৯২৫ (ঘ) ২০২৫

[Note : যদি কোন সংখ্যার একক স্থানীয় অংক ২, ৩, ৭, ৮ থাকে তবে তা বর্গ হয় না]

প্রশ্ন : ৯ ও ১০ এর বর্গের যোগফলের সাথে কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যা যোগ করলে যোগফল পূর্ণবর্গ হবে?

(ক) ১৩ (খ) ১৫
(গ) ১৮ (ঘ) ২১

সমাধান : $৯^2 + ১০^2 = ৮১ + ১০০ = ১৮১$

$\therefore ১৮১ + ১৫ = ১৯৬$ একটি পূর্ণ বর্গসংখ্যা।
সুতরাং, সংখ্যাটি = ১৫।

বর্গমূল (Square Roots) :

কোন সংখ্যাকে ঐ সংখ্যা দ্বারা গুণ করলে যে গুণফল পাওয়া যায় তাকে ঐ সংখ্যার বর্গ বলে এবং সংখ্যাটি হচ্ছে গুণফলটির বর্গমূল। যেমন— $৫ \times ৫ = ২৫$, এ ক্ষেত্রে ৫ হচ্ছে ২৫ এর বর্গমূল। বর্গমূল $\sqrt{\quad}$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়। যেমন— $\sqrt{36} = 6$, $\sqrt{49} = 7$ ইত্যাদি।

বিভাজ্যতা নির্ণয় :

১. ২ দ্বারা বিভাজ্য : কোন সংখ্যার শেষ অংক বা এককের অংক যদি জোড় সংখ্যা বা 0 হয় তবে ঐ সংখ্যা ২ দ্বারা বিভাজ্য হবে। যেমন— ৬, ১০ ইত্যাদি।

৩ দ্বারা বিভাজ্য : কোন সংখ্যার অঙ্কগুলোর সমষ্টি ৩ দ্বারা বিভাজ্য হলে সংখ্যাটি ৩ দ্বারা বিভাজ্য হবে। যেমন— $১+২+৩ = ৬$ যা ৩ দ্বারা বিভাজ্য।

৩. ৪ দ্বারা বিভাজ্য : কোন সংখ্যার শেষ দুটি অংক দ্বারা গঠিত সংখ্যা ৪ দ্বারা বিভাজ্য হলে উক্ত সংখ্যাটি ৪ দ্বারা বিভাজ্য হবে। যেমন— ৭৪৫২৮ সংখ্যাটি ৪ দ্বারা বিভাজ্য কারণ শেষের দুই অংকের সংখ্যা ২৮ যা ৪ দ্বারা বিভাজ্য।

৪. ৫ দ্বারা বিভাজ্য : কোন সংখ্যার শেষে ০ বা ৫ থাকলে ঐ সংখ্যাটি ৫ দ্বারা বিভাজ্য হবে। যেমন— ১০১১০, ১০৯৩৫ ইত্যাদি।

৫. ৬ দ্বারা বিভাজ্য : সংখ্যাটি জোড় এবং অংকগুলোর যোগফল ৩ দ্বারা বিভাজ্য হলে উক্ত সংখ্যাটি ৬ দ্বারা বিভাজ্য হবে। যেমন— ১২৫৪।

৬. ৮ দ্বারা বিভাজ্য : কোন সংখ্যার শেষ ৩টি অংক দ্বারা গঠিত সংখ্যা ৮ দ্বারা বিভাজ্য হলে উক্ত সংখ্যা ৮ দ্বারা বিভাজ্য হবে। যেমন— ৮৫৭৮১২০।

৭. ৯ দ্বারা বিভাজ্য : কোন সংখ্যার অংকগুলোর সমষ্টি ৯ দ্বারা বিভাজ্য হলে উক্ত সংখ্যাটি ৯ দ্বারা বিভাজ্য। যেমন— ৬৫৮৪৭৬ $\rightarrow 6 + 5 + 8 + 4 + 7 + 6 = 36$ যা ৯ দ্বারা বিভাজ্য।

[Note : মৌলিক সংখ্যার ক্ষেত্রে কয়েকভাবে পরীক্ষায় আসতে পারে। যেমন— (১) নিম্নের কোনটি মৌলিক সংখ্যা; (২) নিম্নের কোনটি মৌলিক সংখ্যা নয়; (৩) কোন ছোট সংখ্যা এবং বড় সংখ্যার মাঝে কয়টি মৌলিক সংখ্যা আছে। (৪) কোন ছোট সংখ্যা এবং বড় সংখ্যার মাঝে বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম মৌলিক সংখ্যার যোগফল অথবা অন্তর / ব্যবধান / পাথক্য কত?]

প্রশ্ন :

১. নিচের কোন সংখ্যাটি ৯ দ্বারা বিভাজ্য নয়?
ক) ২০৫২৯ খ) ৩০৬২৭
গ) ৪১৫৩৫ ঘ) ৩৬২৪২

২. নিচের কোন সংখ্যাটি ৪ দ্বারা বিভাজ্য নয়?
ক) ৩২৪১২ খ) ২০৫৩০
গ) ৫৭৪২৮ ঘ) ৪২০৩২

৩. নিচের কোন সংখ্যাটি ৮ দ্বারা বিভাজ্য?
ক) ১০৩০৮ খ) ৪০৩২৮
গ) ৩৫২০২ ঘ) ২৩২০২

৪. একটি সংখ্যা ও তার গুণাজক বিপরীতের সমষ্টি ২ হলে, সংখ্যাটি কত?
ক) -১ খ) ১
গ) ২ ঘ) $\frac{1}{2}$

কিছু গুরুত্বপূর্ণ প্রশ্ন

১. ১০২৪ এর বর্গমূল কত?
ক) ৩০ খ) ৩১
গ) ৩২ ঘ) ৩৩

সমাধান :

$$\begin{array}{r} 1024 \div 32 \\ \underline{96} \\ 64 \\ \underline{64} \\ 0 \end{array}$$

২. ৫২৯ এর বর্গমূল কত?
ক) ২২ খ) ২৩
গ) ২৪ ঘ) ২১

৩. ৯২২০ জন সৈন্য হতে কমপক্ষে কতজন সৈন্য সরিয়ে রাখলে তাদের বর্গাকারে সাজানো যায়?
ক) ৩ খ) ৪
গ) ৫ ঘ) ৬

সমাধান :

$$\begin{array}{r} 9220 \div 96 \\ \underline{81} \\ 1120 \\ \underline{1116} \\ 4 \end{array}$$

৪ জনকে সরাতে হবে।

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন

১. নিচের কোনটি মৌলিক সংখ্যা? (৩০তম)
ক) ৯১ খ) ৮৭
গ) ৬৩ ঘ) ৫৯

৩. ১০ থেকে ৬০ পর্যন্ত যে সকল মৌলিক সংখ্যার একক স্থানীয় অংক ৯। তাদের সমষ্টি কত? (২৯তম)
ক) ১৪৬ খ) ৯৯
গ) ১০৫ ঘ) ১০৭

৪. পাঁচ অংকের ক্ষুদ্রতম সংখ্যা ও চার অংকের বৃহত্তম সংখ্যার অন্তর কত? (২৯তম)
ক) ৯ খ) ১০
গ) ১ ঘ) -১

৫. ৬০ থেকে ৮০ এর মধ্যবর্তী বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম মৌলিক সংখ্যার অন্তর হবে— (২৯তম, ২৭তম)
ক) ৮ খ) ১২
গ) ১৮ ঘ) -১৪০

৬. ৪৩ থেকে ৬০ এর মধ্যে মৌলিক সংখ্যার সংখ্যা— (২৬তম)
ক) ৫ খ) ৩
গ) ৭ ঘ) ৪

৭. যদি P একটি মৌলিক সংখ্যা হয়, তাহলে \sqrt{P} — (২৬ তম) বিসিএস।
ক) একটি স্বাভাবিক সংখ্যা খ) একটি পূর্ণ সংখ্যা
গ) একটি মূলদ সংখ্যা ঘ) একটি অমূলদ সংখ্যা

৮. $\sqrt{2}$ সংখ্যাটি কি সংখ্যা? (২৫তম)
ক) একটি স্বাভাবিক সংখ্যা খ) একটি পূর্ণ সংখ্যা
গ) একটি মূলদ সংখ্যা ঘ) একটি অমূলদ সংখ্যা

৯. ২ এবং ৩২ এর মধ্যে মৌলিক সংখ্যা কয়টি? (২৪তম)
ক) ১১টি খ) ৯টি
গ) ৮টি ঘ) ১০টি

১০. নিচের কোনটি মৌলিক সংখ্যা? (১০ পর্ব)
ক) ৯১ খ) ১৪৩
গ) ৪৭ ঘ) ৮৭

১১. ১ হতে ৩০ পর্যন্ত কয়টি মৌলিক সংখ্যা আছে? (১০তম)

- ক) ১১টি খ) ৮টি
গ) ১০টি ঘ) ৯টি

১২. ০.১ এর বর্গমূল কত? (২৪তম)

- ক) ০.১ খ) ০.০১
গ) ০.২৫ ঘ) কোনটিই নয়

১৩. সেট $A = \{x \in N : x^2 > 8, x^3 < 30\}$ হলে x এর সঠিক মান কোনটি? (৩২তম)

- ক) ২ খ) ৩
গ) ৪ ঘ) ৫

১৪. x এবং y উভয়ই বিজোড় সংখ্যা হলে কোনটি জোড় সংখ্যা হবে? (৩২তম)

- ক) $x + y + 1$ খ) xy
গ) $xy + 2$ ঘ) $x + y$

সংখ্যায়ন

Rule-1 :

১. পরপর 10টি সংখ্যা দেয়া আছে, ১ম 5টির যোগফল 560 হলে, শেষ 5টির যোগফল কত? [১৮তম বিসিএস]

শর্ট টেকনিক : শেষ ৫টির যোগফল $S_2 = S_1 + n^2$
 $= 560 + 5^2 = 585$

যুক্তি : ধরি, ১ম সংখ্যা = x

তাহলে 10টি সংখ্যা

$x, (x + 1), (x + 2), (x + 3), (x + 4), (x + 5), (x + 6), (x + 7), (x + 8), (x + 9)$.

প্রথম 5টির যোগফল

$$\therefore x + (x + 1) + (x + 2) + (x + 3) + (x + 4) = 560$$

$$\Rightarrow 5x + 10 = 560$$

$$\Rightarrow x = \frac{550}{5} = 110$$

\therefore শেষ 5টির যোগফল

$$= (x + 5) + (x + 6) + (x + 7) + (x + 8) + (x + 9)$$

$$= 115 + 116 + 117 + 118 + 119 = 585.$$

Short Cut :

পরপর কয়েকটি জোড় সংখ্যার যোগফলের অর্ধেক মান দেয়া থাকলে, শেষ পদগুলোর যোগফল = ১ম পদগুলোর যোগফল + শেষের পদসংখ্যার বর্গ।

$$560 + 5^2 = 560 + 25 = 585$$

প্রথম পদগুলোর যোগফল = শেষের পদগুলোর যোগফল - ১ম পদ সংখ্যার বর্গ।

২. পরপর 6টি সংখ্যা দেয়া আছে, শেষ 3 টির যোগফল 36 হলে, ১ম 3টির যোগফল কত?

$$\text{যুক্তি : } 36 - 3^2 = 27$$

ভগ্নাংশ

ভগ্নাংশ (Fraction) : ভগ্নাংশ শব্দের অর্থ হল ভগ্ন বা ভাঙা অংশ।

অর্থাৎ কোন বস্তুকে কয়েকটি সমান অংশে বিভক্ত করে তার কতগুলো অংশ নেয়া হলো তা যে মাধ্যমে প্রকাশ করা হয়

তাকে ভগ্নাংশ বা Fraction বলে। যেমন— $\frac{১}{৩}, \frac{৮}{৫}$

প্রকৃত ভগ্নাংশ : একটি ভগ্নাংশের লব যখন হর অপেক্ষা ছোট হয়

তখন ঐ ভগ্নাংশকে প্রকৃত ভগ্নাংশ বলে। যেমন— $\frac{৩}{৫}$ একটি

প্রকৃত ভগ্নাংশ কেননা এখানে, লব = ৩ এবং হর = ৫।

অপ্রকৃত ভগ্নাংশ : ভগ্নাংশের লব যদি হর অপেক্ষা বড় হয় তবে ঐ

ভগ্নাংশকে অপ্রকৃত ভগ্নাংশ বলা হবে। যেমন, $\frac{৭}{৫}$ এখানে,

লব ৭ এবং হর ৫। যেহেতু $৭ \geq ৫$ । অতএব, $\frac{৭}{৫}$ একটি

অপ্রকৃত ভগ্নাংশ।

মিশ্র ভগ্নাংশ : অপ্রকৃত ভগ্নাংশের অপর রূপ মিশ্র ভগ্নাংশ। মিশ্র ভগ্নাংশ

হচ্ছে একটি পূর্ণ সংখ্যা এবং একটি প্রকৃত ভগ্নাংশের যোগফল। যেমন— আমরা পূর্বের আলোচনা হতে জেনেছি

যে, $\frac{৭}{৫}$ একটি অপ্রকৃত ভগ্নাংশ। কিন্তু $\frac{৭}{৫}$

$$= 1\frac{২}{৫} \quad \left(\frac{২ \times ৭}{৫} \right) = ১ + \frac{২}{৫} = \text{পূর্ণসংখ্যা} + \text{প্রকৃত}$$

ভগ্নাংশ।

অতএব, আমরা লিখতে পারি যে, $\frac{৭}{৫} = ১\frac{২}{৫} = ১ + \frac{২}{৫}$

অপ্রকৃত ভগ্নাংশ : মিশ্র ভগ্নাংশ = পূর্ণসংখ্যা + প্রকৃত ভগ্নাংশ।

দশমিক ভগ্নাংশ : সাধারণ ভগ্নাংশকে দশমিকারে প্রকাশ করলে যে

ভগ্নাংশ পাওয়া যায় তাকে দশমিক ভগ্নাংশ বলে। যেমন— $\frac{৩}{২}$

একটি সাধারণ ভগ্নাংশ এটিকে ভাগ প্রক্রিয়ায় পাওয়া যায়

$$\begin{array}{r} ১) ৩ (১.৫ \\ \underline{২} \\ ১০ \\ \underline{১০} \\ \times \end{array}$$

$\frac{৩}{২} = ১.৫$ যার অর্থ হল $\frac{৩}{২}$ এর দশমিক ভগ্নাংশ হচ্ছে ১.৫। দশমিক ভগ্নাংশ

সসীম হতে পারে অসীম হতে পারে আবার পৌনঃপুনিক হতে পারে।

✓ সসীম দশমিক ভগ্নাংশ : ১.৫, ০.৫২৩ ইত্যাদি।

✓ অসীম দশমিক ভগ্নাংশ : ৩.১৪৫৮৪৭

✓ পৌনঃপুনিক দশমিক ভগ্নাংশ : ০.৬৬৬৬ = $০.\bar{৬}$

বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম ভগ্নাংশ নির্ণয় :

একাধিক ভগ্নাংশের মধ্যে সব ভগ্নাংশের হরগুলো যদি সমান থাকে তবে যেটির লব বৃহত্তম সেই ভগ্নাংশের মান বৃহত্তম অর্থাৎ সেটিই বড়। আবার বিপরীতক্রমে বলা যায় যে, একাধিক ভগ্নাংশের মধ্যে সবগুলোর লব যদি সমান থাকে তবে সেটির হর ক্ষুদ্রসেটি হবে বৃহত্তম।

✓ কোন ভগ্নাংশটি $\frac{2}{3}$ থেকে বড়? [১৮তম বিসিএস,]

- ক) $\frac{33}{50}$ খ) $\frac{8}{11}$
 গ) $\frac{7}{5}$ ঘ) $\frac{11}{19}$

✓ $\left(\frac{125}{29}\right)^{2/10}$ এর সহজ প্রকাশ (১৭ তম বিসিএস)

- ক) $\frac{5}{25}$ খ) $\frac{18}{29}$
 গ) $\frac{5}{25}$ ঘ) $\frac{5}{29}$

যুক্তি : $\left(\frac{125}{29}\right)^{2/10} = \frac{(125)^{2/10}}{(29)^{2/10}}$
 $= \frac{(5^3)^{2/10}}{(29)^{2/10}}$
 $= \frac{5^2}{29} = \frac{5}{29}$

✓ নিচের কোনটি ক্ষুদ্রতম সংখ্যা? [৩০তম বিসিএস]

- ক) ০.৩ খ) $\sqrt{0.3}$
 গ) $\frac{1}{3}$ ঘ) $\frac{2}{5}$

যুক্তি : $0.3 = 0.3$
 $\sqrt{0.3} = 0.55$ (প্রায়)
 $\frac{1}{3} = 0.33$ (প্রায়)
 $\frac{2}{5} = 0.8$

∴ ক্ষুদ্রতম সংখ্যাটি ০.৩ (উত্তর)

✓ কোন ভগ্নাংশটি লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশিত? [২৪তম বিসিএস]

- ক) $\frac{99}{180}$ খ) $\frac{102}{288}$
 গ) $\frac{110}{355}$ ঘ) $\frac{380}{1001}$

✓ ১.১৬-এর সাধারণ ভগ্নাংশ কোনটি? [২৯তম বিসিএস]

- ক) $\frac{1}{6}$ খ) $\frac{8}{85}$
 গ) $\frac{16}{99}$ ঘ) $\frac{8}{25}$

যুক্তি : $1.16 = 1\frac{16}{100} = 1\frac{4}{25}$

ভাজক নির্ণয় :

✓ ৭২ সংখ্যাটি কয়টি ভাজক আছে?

$$\begin{array}{r} \sqrt{72} \\ 2 \overline{) 72} \\ \underline{2} \\ 0 \\ 2 \overline{) 36} \\ \underline{2} \\ 0 \\ 3 \overline{) 9} \\ \underline{3} \\ 0 \end{array}$$

$72 = 2^3 \times 3^2$

এখন প্রতিটি সূচকের সাথে আলাদা আলাদা ১ যোগ করে গুণ করলে যে মান পাওয়া যায় সেটিই ঐ সংখ্যার ভাজক সংখ্যা।

$= 8 \times 3 = 24$

ভাজক সংখ্যা = ২৪টি।

✓ ৩৬০ সংখ্যাটি কয়টি ভাজক আছে? - ২৪টি

নিজে করুন :

✓ ৩টি সংখ্যার গুণফল ২১৬। ২টি সংখ্যা ৮ এবং ৯ হলে ৩য় সংখ্যাটি কত? উ. ৩

✓ ২টি ভগ্নাংশের গুণফল $\frac{15}{28}$ । এদের ১টি $\frac{5}{9}$ হলে, অপর ভগ্নাংশটি কত? উ. $\left(\frac{3}{8}\right)$

✓ $\left(\sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{4}\right)^6$ = কত? উ. 144

✓ একটি সংখ্যা ৬৫০ থেকে যত বড় ৮২০ থেকে তত ছোট। সংখ্যাটি কত? উ. ৭৩৫

✓ $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6} + 2}$ = কত? (৩২তম) উ. $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2}$

✓ কোন ভগ্নাংশটি ক্ষুদ্রতম? (৩২তম) উ. $\left(\frac{11}{18}\right)$

✓ পরপর তিনটি সংখ্যার গুণফল ১২০ হলে তাদের যোগফল কত? (৩২তম) উ. ১৫

✓ ০.৪৭ কে সাধারণ ভগ্নাংশে পরিণত করলে কত হবে? (৩২তম) উ. $\left(\frac{47}{100}\right)$

✓ ০, ১, ২ এবং ৩ দ্বারা গঠিত চার অঙ্কের বৃহত্তম এবং ক্ষুদ্রতম সংখ্যার বিয়োগফল— (৩১তম) উ. (2187)

✓ যদি দুইটি সংখ্যার যোগফল এবং গুণফল যথাক্রমে ২০ এবং ৯৬ হয়, তবে সংখ্যা দুইটির ব্যাস্তানুপাতিক (reciprocals) যোগফল কত হবে? (৩১তম) উ. $\left(\frac{5}{24}\right)$

✓ দুইটি সংখ্যার যোগফল ৪৮ এবং তাদের গুণফল 432। তবে বড় সংখ্যাটি কত? (৩১তম) উ. 36

✓ কোন সংখ্যার ৬০% থেকে ৬০ বিয়োগ করলে ফলাফল হবে ৬০। তবে সংখ্যাটি কত? (৩১তম) উ. 200

✓ কোনো সংখ্যার ৪০% এর সাথে ৪২ যোগ করলে ফলাফল হবে ঐ সংখ্যাটি। উহা কত? (৩১তম) উ. (70)

১৫ নিচের কোনটি ক্ষুদ্রতম সংখ্যা? (৩০তম) উ. (০.৩)

১৬ কোন স্কুলে যতজন ছাত্র ছিল প্রত্যেক তত টাকা করে চাঁদা দেওয়াতে ১৩৬৯ টাকা হলো। ঐ স্কুলে ছাত্রসংখ্যা কত?

উ. (৩৭)

১৭ দুইটি সংখ্যার যোগফল ৪৮ এবং তাদের গুণফল ৪৩২। তবে বড় সংখ্যাটি কত? উ. (৩৬)

ল. সা. গু. ও গ. সা. গু.

ল. সা. গু. (লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক/ Least / Lowest Common Multiple) : ল. সা. গু. হল ঐ ক্ষুদ্রতম সংখ্যা যাহা প্রতিটি সংখ্যা দ্বারা বিভাজ্য হবে। [L.C.M.]

Rule :

- অংকের ভিতরের সংখ্যাগুলো দ্বারা বাইরের কোন সংখ্যাকে ভাগ করা বুঝালে, সেক্ষেত্রে অংকের ভিতরের সংখ্যাগুলোর ল. সা. গু. করতে হবে।
- ল. সা. গু. র ক্ষেত্রে প্রথমে ল. সা. গু. করতে হবে পরে অংকে প্রদত্ত শর্তগুলো পূরণ করতে হবে।
- কোন সংখ্যার সঙ্গে (বিভাজ্যের ক্ষেত্রে) ক্ষুদ্রতম সংখ্যা যোগ করা বুঝালে। সেক্ষেত্রে ল. সা. গু. দ্বারা ঐ সংখ্যাকে ভাগ করতে হবে। অতঃপর ভাজক থেকে ভাগশেষ বিয়োগ করতে হবে।
- কোন সংখ্যা থেকে বৃহত্তম সংখ্যা বিয়োগ করা বুঝালে (বিভাজ্যের ক্ষেত্রে) ল. সা. গু. দ্বারা ঐ সংখ্যাকে ভাগ করার প্রয়োজন নেই। এক্ষেত্রে ঐ সংখ্যা থেকে ল. সা. গু. সরাসরি বিয়োগ করতে হবে।

গ. সা. গু.

গ. সা. গু./H.C.F. (গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক / Highest Common Factor) : দুই বা ততোধিক সংখ্যার গ. সা. গু. হলো সেই বৃহত্তম সংখ্যা যেটা দিয়ে ঐ সংখ্যাগুলোর প্রত্যেকটাকে নিঃশেষে ভাগ করা যায়।

Rule :

- বাহিরের কোন সংখ্যা দ্বারা অংকের ভিতরের সংখ্যাগুলোকে ভাগ করা বুঝালে সেক্ষেত্রে ভিতরের সংখ্যাগুলোর গ. সা. গু. করতে হবে।
- গ. সা. গু. র ক্ষেত্রে প্রথমে শর্তগুলো পূরণ করতে হবে পরে গ. সা. গু. করতে হবে।

সূত্র: সংখ্যা দুটির গুণফল = ল. সা. গু. × গ. সা. গু.

সূত্র: গ. সা. গু. = $\frac{\text{লবগুলোর গ. সা. গু.}}{\text{হরগুলোর ল. সা. গু.}}$

সূত্র: ল. সা. গু. = $\frac{\text{লবগুলোর ল. সা. গু.}}{\text{হরগুলোর গ. সা. গু.}}$

১. দুটি সংখ্যার গুণফল ১৫৩৬। সংখ্যা দুটির ল. সা. গু. ৯৬ হলে গ. সা. গু. কত? (১০ম বিসিএস)

ক) ১২ √ গ) ১৬

খ) ২৪ গ) ৩০

যুক্তি : $গ. সা. গু. = \frac{\text{গুণফল}}{\text{ল. সা. গু.}} = \frac{১৫৩৬}{৯৬} = ১৬$

গণিত লেকচার শিট খ্রি. (১-৪) - ৩

২. ৯৯৯৯৯ এর সঙ্গে কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যা যোগ করলে যোগফল ২, ৩, ৪, ৫, ৬ দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য হবে? (ল. সা. গু. Rule-১, ৩) (২১তম বিসিএস)

ক) ৩৯ √ খ) ২১

গ) ১১ গ) ৪০

যুক্তি : ২) ২, ৩, ৪, ৫, ৬

৩) ১, ৩, ২, ৫, ৩

১, ১, ২, ৫, ১

ল. সা. গু. = $২ \times ৩ \times ১ \times ১ \times ২ \times ৫ \times ১ = ৬০$

৬০) ৯৯৯৯৯ (১৬৬৬৬

৬০

৩৯৯

৩৬০

৩৯৯

৩৬০

৩৯৯

৩৬০

৩৯

সূত্র মতে, ৬০ - ৩৯ = ২১

৩. ছয় অংকের ক্ষুদ্রতম সংখ্যার সাথে কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যা যোগ করলে যোগফল ২, ৪, ৬, ৮, ১০ ও ১২ দ্বারা বিভাজ্য? [ল. সা. গু. Rule-১, ৩]

যুক্তি :

২) ২, ৪, ৬, ৮, ১০, ১২

২) ১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬

৩) ১, ১, ৩, ২, ৫, ৩

১, ১, ১, ২, ৫, ১

ল. সা. গু. = $২ \times ২ \times ২ \times ৩ \times ৫ \times ১ = ১২০$

১২০) ১০০০০০ (৮৩৩

৯৬০

৪০০

৩৬০

৪০০

৩৬০

৪০

∴ ১২০ - ৪০ = ৮০

৪. একটি ঘোড়ার গাড়ির সামনের চাকার পরিধি ৩ মি. পেছনের চাকার পরিধি ৪ মি.। গাড়িটি কত পথ গেলে সামনের চাকা পেছনের চাকার চেয়ে ১০০ বার বেশি ঘুরবে?

যুক্তি : (এসব অংকের ক্ষেত্রে মান তিনটি সরাসরি গুণ করতে হবে)

$৩ \times ৪ \times ১০০ = ১২০০$ মিটার = ১.২ কি.মি.।

৫. কোন গরিষ্ঠ সংখ্যা দ্বারা ৭০ ও ৮০ কে ভাগ করলে অবশিষ্ট থাকবে যথাক্রমে ৪ ও ২? [গ. সা. গু. Rule-১, ২]

যুক্তি : $৭০ - ৪ = ৬৬$; $৮০ - ২ = ৭৮$

৬৬) ৭৮ (১

৬৬

১২) ৬৬ (৫

৬০

৬) ১২ (২

১২

০

∴ নির্ণেয় সংখ্যা = ৬।

অনুপাত ও সমানুপাত

অনুপাত : অনুপাত হল একই জাতীয় দুটি রাশির মধ্যে তুলনা দুটি এক জাতীয় রাশির একটি অপরটির তুলনায় কতগুণ বা কত অংশ তা ঐ রাশির দুটির অনুপাত। দুটি রাশির অনুপাত নির্ণয় করতে হলে প্রথম রাশিকে দ্বিতীয় রাশি দ্বারা ভাগ করতে হয়। অনুপাত একই জাতীয় দুটি রাশির তুলনা বলে এর কোন একক নেই। a ও b দুটি সংখ্যা হলে তাদের অনুপাত a : b

আকারে লেখা হয়। যেমন : $১ : ৪ = \frac{১}{৪}$

সমানুপাতিক ভাগ : কোন রাশিকে নির্দিষ্ট অনুপাতে ভাগ করাকে সমানুপাতিক ভাগ বলা হয়।

বিভিন্ন ধরনের অনুপাত :

সরল অনুপাত : অনুপাতে দুটি রাশি থাকলে তাকে সরল অনুপাত বলে। অনুপাতের প্রথম রাশিকে পূর্ব রাশি এবং দ্বিতীয় রাশিকে উত্তর রাশি বলে।

লঘু অনুপাত : পূর্বরাশি উত্তর রাশির ছোট হলে তাকে লঘু অনুপাত বলে। যেমন : ৩ : ৫

গুরু অনুপাত : পূর্বরাশি উত্তর রাশির বড় হলে, তাকে গুরু অনুপাত বলে। যেমন : ৭ : ৫

একানুপাত : পূর্বরাশি ও উত্তর রাশি পরস্পর সমান হলে তাকে একানুপাত বলে। যেমন : ৮ : ৮

ব্যাস্তানুপাত : উত্তর রাশিকে পূর্বরাশি এবং পূর্বরাশি উত্তররাশি ধরে প্রাপ্ত অনুপাতকে ব্যাস্ত অনুপাত বলে। যেমন : ৯ : ১১ এর ব্যাস্তানুপাত ১১ : ৯।

মিশ্র বা যৌগিক অনুপাত : একাধিক সরল অনুপাতের পূর্বরাশিগুলোর ধারাবাহিক গুণফলকে পূর্বরাশি এবং উত্তররাশি গুলোর ধারাবাহিক গুণফলকে উত্তর রাশি ধরে প্রাপ্ত অনুপাতকে মিশ্র বা যৌগিক অনুপাত বলে। যেমন : ২ : ৩; ৪ : ৫; ৬ : ৭ এর মিশ্র অনুপাত ৪৮ : ১০৫।

দ্বিগুণানুপাত : কোনো সরল অনুপাতের পূর্বরাশির বর্গকে পূর্বরাশি এবং উত্তর রাশির বর্গকে উত্তররাশি ধরে প্রাপ্ত অনুপাতকে দ্বিগুণানুপাত বলা হয়। যেমন-৩ : ৫ এর দ্বিগুণানুপাত ৩^২ : ৫^২ বা ৯ : ২৫

দ্বিভাজিত অনুপাত : কোনো সরল অনুপাতের পূর্বরাশির বর্গমূলকে পূর্বরাশি এবং উত্তর রাশির বর্গমূলকে উত্তররাশি ধরে প্রাপ্ত অনুপাতকে দ্বিভাজিত অনুপাত বলা হয়। যেমন- ২৫ : ১৬

এর দ্বিভাজিত অনুপাত $\sqrt{২৫} : \sqrt{১৬}$ বা ৫ : ৪

ধারাবাহিক অনুপাত : দুটি অনুপাত যদি ক : খ এবং খ : গ আকারের হয় তাহলে তাদেরকে সাধারণত ক : খ : গ আকারে লেখা হয়। একে ধারাবাহিক অনুপাত বলে। যেমন

$$- ৩ : ৪ = \frac{৩}{৪} = \frac{১৫}{২০} = ১৫ : ২০, \text{ আবার } ৫ : ৭ = \frac{৫}{৭} = \frac{২০}{২৮} = ২০ : ২৮$$

সুতরাং ৩ : ৪ এবং ৫ : ৭ অনুপাত দুটির ক : খ : গ আকার হবে ১৫ : ২০ : ২৮

সমানুপাত : ৪টি রাশির প্রথম ও দ্বিতীয়টির অনুপাত এবং তৃতীয় ও চতুর্থটির অনুপাত পরস্পর সমান হলে ঐ ৪ টি রাশি একটি সমানুপাত উৎপন্ন করে। সমানুপাতের ৪টি রাশিকে সমানুপাতী বলা হয়। যেমন-

মনেকরি, ৪টি রাশি যথাক্রমে ৬ কেজি, ৮ কেজি, ২৪ টাকা ও ৩২ টাকা।

এখন, প্রথম রাশি: দ্বিতীয় রাশি = ৬ : ৮ = ৩ : ৪

আবার, তৃতীয় রাশি: চতুর্থ রাশি = ২৪ : ৩২ = ৩ : ৪

সুতরাং, প্রথম রাশি : দ্বিতীয় রাশি = তৃতীয় রাশি : চতুর্থ রাশি

∴ দুইটি অনুপাত পরস্পর সমান।

অতএব, প্রদত্ত ৪টি রাশিকে সমানুপাতী বলা হয়।

প্রান্তীয়রাশি : সমানুপাতের প্রথম ও চতুর্থ রাশিকে প্রান্তীয় রাশি বলে।

মধ্যরাশি : সমানুপাতের দ্বিতীয় ও তৃতীয় রাশিকে মধ্যরাশি বলে। সাধারণভাবে সমানুপাতের ১ম রাশি × ৪র্থ রাশি = ২য় রাশি × ৩য় রাশি।

ক্রমিক সমানুপাত : তিনটি প্রদত্ত রাশির মধ্যে প্রথম ও দ্বিতীয়টির অনুপাত এবং দ্বিতীয় ও তৃতীয়টির অনুপাত পরস্পর সমান হলে, সমানুপাতটিকে ক্রমিক সমানুপাত বলে। রাশি তিনটিকে ক্রমিক সমানুপাতী বলে। সাধারণত ক্রমিক সমানুপাতের ১ম রাশি × ৩য় রাশি = ২য় রাশি

ত্রৈরাশিক : সমানুপাতের তিনটি রাশি জানা থাকলে ৪র্থ রাশিটি নির্ণয় করা যায়। এভাবে ৪র্থ রাশি নির্ণয় করার পদ্ধতিকে ত্রৈরাশিক বলা হয়।

ত্রিগুণানুপাত : কোন অনুপাতের পূর্ব ও উত্তররাশির ঘনের অনুপাতকে ত্রিগুণানুপাত বলে। যেমন - a : b এর ত্রিগুণানুপাত a^৩ : b^৩।

অনুপাতের ধর্মাবলি :

ব্যাস্তকরণ ধর্ম :

$$a : b = c : d \text{ অর্থাৎ } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ হলে, } \frac{b}{a} = \frac{d}{c}$$

$$\text{একান্তরকরণ ধর্ম : } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ হলে, } \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$$

$$\text{যোজন ধর্ম : } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ হলে, } \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$$

$$\text{বিয়োজন ধর্ম : } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ হলে, } \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$$

$$\text{যোজন - বিয়োজন ধর্ম : } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ হলে, } \frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$$

a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী হবে, যদি $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$

বা b² = ac. বা a : b = b : c হয়।

গাণিতিক সমাধান

Rule : 1

একটি তামা মিশ্রিত সোনার গহনার ওজন ১৬ গ্রাম। ঐ গহনায় সোনা ও তামার অনুপাত ৩ : ১। এতে আরও কি পরিমাণ সোনা মিশালে গহনাটিতে সোনা ও তামার অনুপাত হবে ৪ : ১? (১৭তম, ২১তম বিসিএস) [এরূপ অঙ্কের ক্ষেত্রে যদি উভয় অনুপাতে উত্তররাশি ঠিক বা একই থাকে তাহলে নিচের পদ্ধতিতে সহজে সমাধান করা যায়।

Short Cut :

মেশানোর পরিমাণ = $\frac{\text{প্রথম মিশ্রণের পরিমাণ}}{\text{প্রথম অনুপাতের সমষ্টি}}$

× পরিবর্তিত অনুপাত সংখ্যার পার্থক্য।

$$= \frac{১৬}{(৩ + ১)} \times (৪ - ৩) = ৪ \text{ গ্রাম।}$$

নিজে করুন :

১. একটি তামা মিশ্রিত সোনার গয়নার ওজন ৪২ গ্রাম। ঐ গয়নায় সোনা ও তামার অনুপাত ৫ : ২। কী পরিমাণ সোনা মিশালে গয়নাটিতে সোনা ও তামার অনুপাত হবে ৭ : ২? উ. ১২ গ্রাম
২. ৪২ গ্রাম ওজনের একটি গয়নায় সোনা ও তামার অনুপাত ৪ : ৩। এতে কী পরিমাণ সোনা মিশালে সোনা ও তামার অনুপাত ৫ : ৩ হবে? উ. ৬ গ্রাম
৩. ৩২ গ্রাম মিশ্রণে সোনা ও তামার অনুপাত ৩ : ১। ঐ মিশ্রণে কী পরিমাণ সোনা মিশালে সোনা ও তামার অনুপাত হবে ৪ : ১? উ. ৮ গ্রাম

Rule : 2

১. ৬০ লিটার কেরোসিন ও পেট্রলের মিশ্রণের অনুপাত ৭ : ৩। ঐ মিশ্রণে কী পরিমাণ পেট্রল মিশালে অনুপাত ৩ : ৭ হবে? (১০ তম বিসিএস)

Short Cut :

$$\text{মেশাতে হবে} = \frac{\text{মিশ্রণের পরিমাণ}}{\text{অনুপাতের ছোট সংখ্যা}} \times \text{অনুপাতের পার্থক্য}$$

[এরূপ ক্ষেত্রে যদি আরও পরিমাণ মেশানোর ফলে অনুপাত দ্বয়ের ব্যস্তানুপাত হয় তাহলে উক্ত সূত্র প্রযোজ্য]

$$= \frac{60}{3} \times (7 - 3) = \frac{60}{3} \times 4 = 80 \text{ লিটার।}$$

নিজে করুন :

১. ৩০ লিটার মিশ্রণে এসিড ও পানির অনুপাত ৭ : ৩। মিশ্রণে কী পরিমাণ পানি মিশ্রিত করলে এসিড ও পানির অনুপাত হবে ৩ : ৭? উ. ৪০ লিটার
২. তামা ও লোহা মিশ্রিত একটি গোলকের ওজন ১৫৬ গ্রাম। ঐ গোলকে তামা ও লোহার ওজনের অনুপাত ৭ : ৬। গোলকটিতে কত গ্রাম লোহা মিশালে তামা ও লোহার ওজনের অনুপাত হবে ৬ : ৭? উ. ২৬ গ্রাম
৩. ৮০ গ্রাম মিশ্রণে লোহার ও তামার অনুপাত ৫ : ৩। ঐ মিশ্রণে কী পরিমাণ তামা মিশালে তাদের অনুপাত হবে ৩ : ৫? উ. [৫৩ গ্রাম (প্রায়)]
৪. ৯০ লিটার কেরোসিন ও পেট্রলের মিশ্রণের অনুপাত ৭ : ৩। ঐ মিশ্রণে আর কত লিটার পেট্রল মেশালে অনুপাত ৩ : ৭ হবে? উ. ১২০ লিটার

Rule : 3

১. একটি জারে দুধ ও পানির অনুপাত ৭ : ৩। দুধের পরিমাণ যদি পানি অপেক্ষা ৮ লিটার বেশি হয় তবে পানির পরিমাণ কত? [২৬তম বিসিএস]

Short Cut :

$$\text{পানির পরিমাণ} = \frac{\text{মোট পার্থক্যের পরিমাণ}}{\text{অনুপাতের বিয়োগফল}} \times \text{প্রয়োজনীয় অনুপাতের মান}$$

[অর্থাৎ যে মান বের করতে বলা হবে তার অনুপাতের পরিমাণ]

$$= \frac{8}{(7-3)} \times 3 = \frac{8}{4} \times 3 = 6 \text{ লিটার।}$$

অথবা,

মনে কবি, পানির পরিমাণ x লিটার

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{9}{7} = \frac{8+x}{x} = x = 6 \text{ লিটার।}$$

নিজে করুন :

১. একটি জারে দুধ ও পানির অনুপাত ৫ : ১। দুধের পরিমাণ যদি পানি অপেক্ষা ৮ লিটার বেশি হয় তবে পানির পরিমাণ কত? উ. ২ লিটার
২. একটি পাত্রে দুধ ও পানির অনুপাত ৫ : ২। যদি পানি অপেক্ষা দুধের পরিমাণ ৬ লিটার বেশি হয় তবে পানির পরিমাণ কত? উ. ৪ লিটার [১২তম বিসিএস]

Rule : 4

১. আতাউর ও কাঞ্চনের বেতনের অনুপাত ৭ : ৫; আতাউরের বেতন কাঞ্চনের বেতন অপেক্ষা ৪,০০ টাকা বেশি। কাঞ্চনের বেতন কত?

যুক্তি: মনে করি,

কাঞ্চনের বেতন x টাকা

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{7}{5} = \frac{800+x}{x}$$

$$\therefore x = 1000 \text{ টাকা।}$$

$$\therefore \text{কাঞ্চনের বেতন } 1000 \text{ টাকা।}$$

২. শফির মাসিক আয় ও ব্যয়ের অনুপাত ১১ : ১০ এবং তার মাসিক সঞ্চয় ১,০০০ টাকা হলে তার মাসিক আয় কত?

Short Cut :

$$\text{আয়} = \frac{\text{সঞ্চয়}}{\text{অনুপাতের পার্থক্য}} \times \text{আয়ের অনুপাতের মান।}$$

$$= \frac{1000}{11-10} \times 11 = 11,000 \text{ টাকা।}$$

অথবা,

শফির মাসিক আয় = $11x$ টাকা।

ব্যয় = $10x$ টাকা।

প্রশ্নমতে,

$$\text{সঞ্চয়, } 11x - 10x = 1000$$

$$\therefore x = 1000$$

$$\therefore \text{প্রায়} = 11 \times 1000 = 11000 \text{ টাকা।}$$

Rule : 5

- ১। একটি কুকুর একটি খরগোশকে ধরার জন্য তাড়া করে কুকুর যে সময়ে ৪ লাফ দেয় খরগোশ সে সময়ে ৫ লাফ দেয়। খরগোশ ৪ লাফে যত দূর যায় কুকুর ৩ লাফে ততদূর যায় কুকুর ও খরগোশের গতিবেগ তুলনা করুন? [২১তম বিসিএস]

Short Cut :

$$\frac{\text{লাফ}}{\text{দূরত্ব}} \propto \frac{\text{লাফ}}{\text{দূরত্ব}} \quad [\text{কুকুর} \propto \text{খরগোশ}]$$

[এক্ষেত্রে খরগোশ ও কুকুরের দূরত্বের গুণফলকে অনুপাতের উভয় পাশে গুণ করতে হবে]

$$\Rightarrow \frac{8}{3} \times \frac{5}{8}$$

$$\Rightarrow \frac{8}{3} \times 12 \times \frac{5}{8} \times 12$$

$$\Rightarrow 16 \times 15$$

২। একটি কুকুর একটি খরগোশকে ধরার জন্য তাড়া করে। কুকুর যে সময়ে ৪ বার লাফ দেয় খরগোশ সে সময়ে ৫ বার লাভ দেয়। কুকুর ৫ লাফে যতদূর যায় খরগোশ ৬ লাফে তত দূর যায়। তাদের গতিবেগের অনুপাত কত?

Short Cut :

কুকুরের গতিবেগ : খরগোশের গতিবেগ

$$\Rightarrow \frac{\text{লাফ}}{\text{দূরত্ব}} = \frac{\text{লাফ}}{\text{দূরত্ব}}$$

[এক্ষেত্রে খরগোশ ও কুকুরের দূরত্বের গুণফলকে অনুপাতের উভয় পাশে গুণ করতে হবে]

$$\Rightarrow \frac{8}{5} \times \frac{5}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{8}{5} \times 30 \times \frac{5}{6} \times 30$$

$$\Rightarrow 28 \times 25$$

Rule : 6

✓ একটি বানর ৯২ ফুট উঁচু একটা তৈলাক্ত বাঁশ বেয়ে উপরে উঠতে লাগলো। বানরটি প্রথম মিনিটে ১২ ফুট ওঠে, কিন্তু দ্বিতীয় মিনিটে ৮ ফুট নেমে যায়। বাঁশের মাথায় উঠতে বানরটির কত মিনিট সময় লাগবে?

শর্ট টেকনিক :

$$\begin{aligned} \text{সময় (T)} &= \left(\frac{\text{মোট দৈর্ঘ্য} - \text{উপরের দৈর্ঘ্য}}{\text{উপরের দৈর্ঘ্য} - \text{নিচের দৈর্ঘ্য}} \times 2 \right) + 1 \\ &= \left(\frac{92 - 12}{12 - 8} \times 2 \right) + 1 \\ &= \left(\frac{80}{4} \times 2 \right) + 1 = 81 \text{ মিনিট} \end{aligned}$$

অথবা, প্রথম মিনিটে বানর উপরে উঠে ১২ ফুট। যেহেতু সে শেষ মিনিটে বাঁশের মাথায় উঠার পর আর নামবে না।

সুতরাং, সে (৯২ - ১২) ফুট = ৮০ ফুট তৈলাক্ত বাঁশে উঠা নামা করবে।

দ্বিতীয় মিনিটে ৮ ফুট নিচে নামে, (১২ - ৮) ৪ ফুট উপরে উঠে ২ মিনিট

$$৮০ \text{ ফুট উপরে উঠে } \frac{৮০ \times ২}{৪} = ৪০ \text{ মিনিট}$$

$$\therefore \text{মোট সময় লাগবে} = (৪০ + ১) = ৪১ \text{ মিনিট}$$

✓ একটি বানর একটি তৈলাক্ত বাঁশ বেয়ে উপরে উঠতে লাগলো। বানরটি যদি ১ মিনিটে ৫ মিটার ওঠে এবং পরবর্তী মিনিটে ১ মিটার নেমে পড়ে, তবে ২৫ মিটার উঁচু বাঁশের মাথায় উঠতে বানরের কত সময় লাগবে?

শর্ট টেকনিক :

$$\text{সময় (T)} = \left(\frac{\text{মোট দৈর্ঘ্য} - \text{উপরের দৈর্ঘ্য}}{\text{উপরের দৈর্ঘ্য} - \text{নিচের দৈর্ঘ্য}} \times 2 \right) + 1$$

গণিত লেকচার শিট প্রিলি. (১-৪) - ৪

$$= \left(\frac{২৫ - ৫}{৫ - ১} \times ২ \right) + ১ = \left(\frac{২০}{৪} \times ২ \right) + ১$$

$$= ১১ \text{ মিনিট}$$

নিজে কর :

✓ একটি বানর একটি তৈলাক্ত বাঁশ বেয়ে উঠতে লাগল। বানরটি যদি ১ মিনিটে ৪ মিটার উঠে এবং পরবর্তী মিনিটে ১ মিটার নেমে পড়ে তবে ১৬ মিটার উঁচু বাঁশের মাথায় উঠতে বানরের কত সময় লাগবে? উ. ৯ মিনিট

✓ একটি বানর একটি তৈলাক্ত বাঁশ বেয়ে উঠছে। বানরটি ১ মিনিটে ৪ ফুট উপরে উঠে, কিন্তু পরের মিনিটে ৩ ফুট নিচে নেমে যায়। বাঁশটি ২০ গজ লম্বা হলে এর শেষ প্রান্তে উঠতে বানরটির কত সময় লাগবে? উ. ১১৩ মিনিট

Rule : 7

✓ ১০০০ টাকা ক ও খ এর মধ্যে ১ : ৪ অনুপাতে ভাগ করে দেয়া হল। খ এর অংশ ছেলে এবং তার মা ও মেয়ের মধ্যে ২ : ১ : ১ অনুপাতে ভাগ করে দিলে মেয়ে কত টাকা পাবে? [২১তম বিসিএস]

$$\text{Short Cut : ক পায়} = ১০০০ \text{ এর } \frac{১}{৫} = ২০০ \text{ টাকা}$$

$$\text{খ পায়} = ১০০০ \text{ এর } \frac{৪}{৫} = ৮০০ \text{ টাকা}$$

$$\text{ছেলে ও মা ও মেয়ে} = ২ : ১ : ১$$

$$\text{অনুপাতের যোগফল} = ২ + ১ + ১ = ৪$$

$$\therefore \text{মেয়ে পায় } ৮০০ \text{ এর } \frac{১}{৪} = ২০০ \text{ টাকা।}$$

✓ যদি ক, খ এর টাকার ৯ গুণ বেশি পায় এবং খ, গ এর টাকার ৩ গুণ বেশি পায় তবে ৫৪৪৫ টাকা তিনজনকে ভাগ করে দিলে কত টাকা পাবে?

Short Cut :

ধরি,

গ পায় x টাকা

$$\therefore \text{খ পায় } (x + 3x) \text{ টাকা} = 4x \text{ টাকা।}$$

$$\therefore \text{ক পায় } (8x + 36x) \text{ টাকা} = 44x \text{ টাকা।}$$

$$\therefore \text{ক পায়} = \frac{\text{মোট পরিমাণ}}{\text{অনুপাতের যোগফল}} \times \text{ক এর অনুপাত}$$

$$= \frac{৫৪৪৫}{x + 4x + 44x} \times 44x = \frac{৫৪৪৫}{49x} \times 44x$$

$$= 8880 \text{ টাকা।}$$

✓ তিন শীদার ক, খ ও গ একটি ব্যবসায় যথাক্রমে ২৬,০০০ টাকা, ৩৪,০০০ টাকা এবং ১০,০০০ টাকা বিনিয়োগ করে। ব্যবসায় ৩,৫০০ টাকা লাভ হলে খ এর লভ্যাংশ কত?

Short Cut :

$$\begin{aligned} \text{খ এর লাভের অংশ} &= \frac{\text{ভাগকৃত টাকা}}{\text{মোট টাকা}} \times \text{অংশগ্রহণকারীর টাকা} \\ &= \frac{৩৫০০}{২৬০০০ + ৩৪০০০ + ১০০০০} \times ৩৪০০০ \\ &= \frac{৩৫০০}{৭০০০০} \times ৩৪০০০ = ১৭০০ \text{ টাকা।} \end{aligned}$$

১১/ ১০০ টাকা ক, খ এবং গ এর মধ্যে ভাগ করে দেওয়ায় ক পায় খ এর অর্ধেক খ পায় গ এর অর্ধেক তাহলে গ কত টাকা পায়।

Short Cut :

প্রশ্নমতে, তাদের অনুপাত

ক : খ : গ

১ : ২ : ৪

∴ গ পায় = $\frac{\text{মোট টাকা}}{\text{অনুপাতের যোগফল}} \times \text{গ এর অংশ}$

$$= \frac{100}{9} \times 8 = 800 \text{ টাকা।}$$

Rule : 8

লীজের ক্ষেত্রে :

১) ক ও খ ১ বছরের জন্য ১টি ঘাসের মাঠ লীজ নিল। ক এর ৫০টি গরু ৮ মাসের জন্য ঐ মাঠে চরলো। অবশিষ্ট সময়ের জন্য খ এর কয়টি গরু চড়লে খ, ক এর দেড় গুণ টাকা দেবে?

[লীজের ক্ষেত্রে সবগুলো সংখ্যা গুণ করে বাকি মাস দিয়ে ভাগ করলে উত্তর পাওয়া যাবে।]

Short Cut :

$$\text{খ এর গরুর সংখ্যা} = \frac{50 \times 8 \times 12}{8 \times 2} = 150 \text{ টির গরু।}$$

২। ক ও খ ১টি ঘাসের মাঠ লীজ নিল। ক এর ২১টি গরু ৮ মাস চড়লো। বাকি ২ মাস খ এর গরু চড়লো খ যদি ক এর $\frac{5}{9}$ গুণ ভাড়া দেয় তবে খ এর কয়টি গরু চড়েছিল?

Short Cut :

$$\text{খ এর গরুর সংখ্যা} = \frac{21 \times \frac{5}{9} \times 8}{2} = 60 \text{ টি।}$$

Rule : 9

১১/ পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়সের সমষ্টি ৬৩ এবং তাদের বয়সের অনুপাত ৭ : ২। ৯ বছর পূর্বে তাদের বয়সের অনুপাত কত ছিল?

Short Cut :

$$\text{পিতার বর্তমান বয়স} = \frac{63}{9+2} \times 7 = \frac{63}{11} \times 7 = 81 \text{ বছর}$$

$$\text{পুত্রের বর্তমান বয়স} = \frac{63}{9+2} \times 2 = \frac{63}{11} \times 2 = 18 \text{ বছর।}$$

৯ বছর পূর্বে তাদের বয়সের অনুপাত

পিতার বয়স : পুত্রের বয়স

$$\Rightarrow (81 - 9) : (18 - 9)$$

$$\Rightarrow 80 : 9$$

$$\Rightarrow 8 : 1$$

নিজে করুন :

১১/ পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়সের সমষ্টি ৮৪ বছর। দশ বছর পূর্বে তাদের বয়সের অনুপাত ৫ : ৩ হলে ১০ বছর পরে তাদের বয়সের অনুপাত কত হবে? উ. ১৫ : ১১

১১/ পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়সের সমষ্টি ৭২ বছর। তাদের বয়সের অনুপাত ৮ : ১। ৪ বছর পূর্বে বয়সের অনুপাত কত ছিল? উ. ১৫ : ১

Rule : 10

১১/ ৩টি ক্রমিক সমানুপাতিক রাশির প্রাথমিক রাশি দুটির গুণফল ৯ হলে ২য় সমানুপাতী রাশিটি কত?

Short Cut :

ক্রমিক সমানুপাতিক সূত্র মতে,

$$a + b = b + c$$

$$\Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

$$\Rightarrow b^2 = ac$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } b^2 = 9$$

$$\therefore b = 3$$

১১/ ৩, ৯ ও ৪ এর চতুর্থ সমানুপাতিক কত?

প্রশ্নমতে, $3 : 9 = 8 : x$

$$\text{বা, } \frac{3}{9} = \frac{8}{x}$$

$$\text{বা, } 3x = 72$$

$$\text{বা, } x = 24$$

Rule : 11

১১/ একটি ত্রিভুজের তিনটি কোণের অনুপাত 3 : 4 : 5; কোণ তিনটি ডিগ্রিতে প্রকাশ কর।

Short Cut :

ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি = 180°

$$\therefore \text{কোণের পরিমাণ} = \frac{\text{মোট কোণের পরিমাণ}}{\text{অনুপাতের যোগফল}} \times \text{অনুপাতের অংশ}$$

$$\therefore 1ম কোণের পরিমাণ = \frac{180^\circ}{3+4+5} \times 3$$

$$= \frac{180^\circ}{12} \times 3 = 45^\circ$$

$$\therefore 2য় কোণের পরিমাণ = \frac{180^\circ}{12} \times 4 = 60^\circ$$

$$\therefore 3য় কোণের পরিমাণ = \frac{180^\circ}{12} \times 5 = 75^\circ$$

১১/ চতুর্ভুজের চার কোণের অনুপাত 1 : 2 : 2 : 3 হলে, বৃহত্তম কোণের পরিমাণ কত হবে?

Ⓐ 100°

Ⓑ 115°

Ⓒ 135°

Ⓓ 225°

Rule : 12

১১/ ক্রয়মূল্য : বিক্রয়মূল্য = 5 : 6, এতে শতকরা কত লাভ হবে?

Short Cut :

অনুপাতের অংশ লাভ = $(6 - 5) = 1$ টাকা।

5 টাকায় লাভ হয় = 1 টাকা

$$100 \text{ টাকায় লাভ হয়} = \frac{1 \times 100}{5} \text{ টাকা} = 20\%$$

কাগজের পূর্বমূল্য : বর্তমান মূল্য = 2 : 3, পূর্বের তুলনায় মূল্য শতকরা কত বৃদ্ধি পেয়েছে।

Short Cut :

$$\text{অনুপাতের মধ্যে বৃদ্ধি পেয়েছে} = (3 - 2) = 1$$

$$\therefore 2 \text{ টাকার মধ্যে বৃদ্ধি পেয়েছে} = 1 \text{ টাকা।}$$

$$\therefore 100 \text{ " " " " " } = \frac{1 \times 100}{2} \text{ টাকা} = 50\%$$

[এরূপ অংকের ক্ষেত্রে পূর্ব রাশি দ্বারা 100 কে ভাগ করলে উত্তর পাওয়া যায়।]

Lecture - 2

শতকরা

শতকরা : শতকরা শব্দের অর্থ প্রতি শতে। এটি একটি ভগ্নাংশ যার প্রতি ক্ষেত্রে হর 100। শতকরা শব্দটিকে % প্রতীক দ্বারা প্রকাশ করা হয়। শতকরা এর মান 100% এর বেশি হতে পারে।

Rule : 1

4000 এর 10% এর 20% এর 30% কত?

$$\text{সমাধান : } P = 10 \times \frac{1}{100} \times 20 \times \frac{1}{100} \times 30 \times \frac{1}{100} \times 4000 = 240$$

$\frac{1}{2}$ এর শতকরা কত $\frac{3}{8}$ হবে?

$$\text{Short Cut : } \frac{1}{2} \times \frac{P}{100} = \frac{3}{8}$$

$$\Rightarrow P = \frac{3 \times 2 \times 100}{8} = 75\%$$

৯০ কোন সংখ্যার ৭৫% ?

$$\text{Short Cut : } 90 = x \times 75 \times \frac{1}{100} \Rightarrow x = 120$$

নিজে করুন :

12 $\frac{1}{2}$ % এর মান ভগ্নাংশ কত? উ. $\left(\frac{1}{8}\right)$

100 টাকার শতকরা দুই ভাগ কত হয়? (2 টাকা)

15 টাকার শতকরা 9 অংশ কত হয়? উ. 1.05

একটি সংখ্যার 12% নিলে ৯৬ পাওয়া যায়। সংখ্যাটি কত? উ. ৮০০

কোন সংখ্যার ৬০% থেকে ৬০ বিয়োগ করলে বিয়োগফল ৬০ হলে সংখ্যাটি হবে— উ. ২০০

২৪ সংখ্যাটি কোন সংখ্যার ৩২% এর সমান? উ. ৭৫

Rule : 2

যদি তেলের মূল্য ২৫% বৃদ্ধি পায় তবে তেলের ব্যবহার শতকরা কত কমালে তেল বাবদ খরচ বৃদ্ধি পাবে না? [২০তম বিসিএস]

Short Cut : ব্যবহার হ্রাসের হার =

$$\frac{\text{বৃদ্ধি} \times 100}{100 + \text{বৃদ্ধি}}$$

$$= \frac{25 \times 100}{100 + 25} = \frac{25 \times 100}{125} = 20\%$$

নিজে করুন :

চিনির মূল্য ২০% বৃদ্ধি পাওয়াতে কোন এক পরিবার চিনি খাওয়ায় কেমন কমালে চিনি বাবদ ব্যয় বৃদ্ধি পাবে না?

উ. 16%

চালের দাম ২৫% বৃদ্ধি পাওয়ায় এক ব্যক্তি চালের ব্যবহার এমনভাবে কমালেন যে চাল বাবদ তার খরচ বৃদ্ধি পেল না। তিনি চালের ব্যবহার শতকরা কত ভাগ কমালেন? [২৪-তম বিসিএস] উ. ২০%

Rule : 3

কাপড়ের মূল্য ২০% কমে গেলে, কোন ব্যক্তি খরচ বৃদ্ধি না করেও কাপড়ের ব্যবহার শতকরা কত বৃদ্ধি করতে পারে?

$$\text{শর্ট টেকনিক : ব্যবহার বৃদ্ধির হার} = \frac{100 \times \text{মূল্য হ্রাসের হার}}{100 - \text{মূল্য হ্রাসের হার}}$$

$$= \frac{100 \times 20}{100 - 20} = 25\%$$

যুক্তি : ২০% কমে, কাপড়ের বর্তমান মূল্য = (100 - 20) = 80
বর্তমান মূল্য ৮০ টাকা হলে পূর্ব মূল্য = 100 টাকা

$$\therefore \text{ " 100 " " " " } = \frac{100 \times 100}{80} = 125 \text{ টাকা}$$

$$\therefore \text{ কাপড়ের ব্যবহার বৃদ্ধি করা যাবে } = (125 - 100)\% = 25\%$$

Rule : 4

ক এর বেতন খ এর বেতন অপেক্ষা শতকরা ৩৫ টাকা বেশি হলে খ এর বেতন ক অপেক্ষা শতকরা কত টাকা কম?

$$\text{শর্ট টেকনিক : শতকরা কম/বেশি} = \frac{100 \times \text{শতকরা কম/বেশি}}{100 + \text{শতকরা কম/বেশি}}$$

$$= \frac{100 \times 35}{100 + 35} = \frac{3500}{135} = 25.93\%$$

যুক্তি : (100 + 35) = 135

ক এর বেতন 135 টাকা হলে খ এর বেতন = 100 টাকা

$$\therefore \text{ " " " 100 " " " " } = \frac{100 \times 100}{135} = 74.07 \text{ টাকা}$$

$$\therefore \text{ ক অপেক্ষা খ এর বেতন কম } (100 - 74.07)\% = 25.93\%$$

Rule : 5

✓ চিনির মূল্য ৬% বেড়ে যাওয়ায় ১০৬০ টাকায় পূর্বে যত কেজি চিনি কেনা যেত, এখন তার চেয়ে ৩ কেজি চিনি কম কেনা যায়। চিনির বর্তমান দর কেজি প্রতি কত?

শর্ট টেকনিক :

$$\begin{aligned} \text{দ্রব্যের বর্তমান মূল্য} &= \frac{\text{বৃদ্ধি প্রাপ্ত মূল্য হার} \times \text{মোট মূল্য}}{100 \times \text{যে পরিমাণ পণ্য কম পাওয়া গিয়েছে}} \\ &= \frac{6 \times 1060}{100 \times 3} = 21.20 \text{ টাকা} \end{aligned}$$

যুক্তি : ৬% বৃদ্ধিতে, ১০০ + ৬ = ১০৬ টাকা

পূর্বমূল্য ১০০ টাকা হলে বর্তমান মূল্য = ১০৬ টাকা

$$\therefore \text{, } 1060 \text{ , , , } = \frac{106 \times 1060}{100} = 1123.60 \text{ টাকা}$$

∴ ৩ কেজি চিনির বর্তমান দাম = (১১২৩.৬০ - ১০৬০) = ৬৩.৬০

$$\therefore 1 \text{ , , , } = \frac{63.60}{3} = 21.20 \text{ টাকা}$$

Rule : 6

✓ চালের মূল্য ১২½% কমে যাওয়ায় ৮৪০০ টাকায় পূর্বে যে চাল কেনা যেত এখন বর্তমান মূল্যে তার চেয়ে আরো ১ কুইন্টাল বেশি চাল কেনা যায়। চালের বর্তমান দর কুইন্টাল প্রতি কত?

শর্ট টেকনিক :

$$\begin{aligned} \text{দ্রব্যের বর্তমান মূল্য} &= \frac{\text{হ্রাসকৃত মূল্য হার} \times \text{মোট মূল্য}}{100 \times \text{যে পরিমাণ পণ্য বেশি পাওয়া গিয়েছে}} \\ &= \frac{25}{2} \times 8400 \\ &= \frac{210000}{100 \times 1} \\ &= \frac{210000}{100 \times 1 \times 2} = 1050 \text{ টাকা} \end{aligned}$$

$$\text{ব্যখ্যা : } 12\frac{1}{2} \% \text{ কমে, } 100 - 12\frac{1}{2} = \frac{87.5}{2}$$

$$\therefore \text{ পূর্বমূল্য } 100 \text{ টাকা হলে বর্তমান মূল্য} = \frac{87.5}{2} \text{ টাকা}$$

$$\therefore \text{ , } 8400 \text{ , , , } = \frac{87.5 \times 8400}{2 \times 100} = 9350 \text{ টাকা}$$

∴ ১ কুইন্টালের দাম = (৮৪০০ - ৯৩৫০) = ১০৫০ টাকা।

Rule : 7

✓ যদি মোবাইল ফোনের পূর্ব মূল্য : বর্তমান মূল্য ৫ : ৩ হয়, তবে পূর্ব মূল্যের তুলনায় মোবাইল ফোনের মূল্য শতকরা কত হ্রাস পেয়েছে?

শর্ট টেকনিক :

$$\begin{aligned} \text{শতকরা মূল্য হ্রাস} &= \frac{\text{অনুপাতদ্বয়ের বিয়োগফল}}{\text{অনুপাতের ১ম সংখ্যা}} \times 100 \\ &= \frac{5-3}{5} \times 100 \\ &= 80\% \end{aligned}$$

যুক্তি : মূল্য হ্রাস পেয়েছে (৫ - ৩) = ২ টাকা

৫ টাকায় হ্রাস পেয়েছে = ২ টাকা

$$100 \text{ " " " } = \frac{2}{5} \times 100 = 80\%$$

পরীক্ষা ও পরীক্ষার্থী বিষয়ক

Rule : 1

✓ কোন পরীক্ষায় ২০% পরীক্ষার্থী গণিতে এবং ৩০% পরীক্ষার্থী ইংরেজিতে ফেল করলো। উভয় বিষয়ে ১৩% পরীক্ষার্থী ফেল করলে শতকরা কত জন পরীক্ষার্থী পাস করলো?

শর্ট টেকনিক : পাসের হার = ১০০ - (১ম বিষয়ে ফেলের হার + ২য় বিষয়ে ফেলের হার - উভয় বিষয়ে ফেলের হার)

$$= 100 - (20 + 30 - 13) = 63\%$$

যুক্তি : শুধু গণিতে ফেল করল = (২০ - ১৩)% = ৭%

শুধু ইংরেজিতে ফেল করলো = (৩০ - ১৩)% = ১৭%

উভয় বিষয়ে ফেল করলো = ১৩%

পাস করলো = (১০০ - (৭ + ১৭ + ১৩))% = ৬৩%

Rule : 2

✓ কোন পরীক্ষায় ২০০ জনের মধ্যে ৭০% বাংলায়, ৬০% ইংরেজিতে এবং ৪০% উভয় বিষয়ে পাস করে। উভয় বিষয়ে ফেল করে কত জন?

শর্ট টেকনিক : ফেলের হার = ১০০ - (১ম বিষয়ে পাসের হার + ২য় বিষয়ে পাসের হার - উভয় বিষয়ে পাসের হার)

$$= 100 - (70 + 60 - 40) = 10\%$$

∴ উভয় বিষয়ে ফেল = (১০% of ২০০) = ২০

যুক্তি : শুধু বাংলায় পাস করে (৭০% - ৪০%) = ৩০%

" ইংরেজিতে " (৬০% - ৪০%) = ২০%

এক বিষয়ে বা উভয় বিষয়ে পাস করে

৩০% + ২০% + ৪০% = ৯০%

উভয় বিষয়ে ফেল করে = ১০০% - ৯০% = ১০%

১০০ জনে ফেল করে ১০ জন

$$\therefore 200 \text{ " " " } = \frac{10 \times 200}{100} = 20 \text{ জন।}$$

Rule : 3

✓ কোন স্কুলে ৭০% শিক্ষার্থী বাংলায় এবং ৮০% গণিতে পাস করেছে। কিন্তু ১০% উভয় বিষয়ে ফেল করেছেন। যদি উভয় বিষয়ে ২৪০ জন পরীক্ষার্থী পাস করে থাকে তবে ঐ স্কুলে কতজন শিক্ষার্থী পরীক্ষা দিয়েছে?

শর্ট টেকনিক :

মোট পরীক্ষার্থী

উভয় বিষয়ে পাসকৃত ছাত্র

$$= \frac{\text{১ম বিষয়ে ফেল} + \text{২য় বিষয়ে ফেল} + \text{উভয় বিষয়ে ফেল}}{\text{মোট পরীক্ষার্থী}}$$

$$= \frac{280}{100+20+10} \times 100 = 800$$

যুক্তি : শুধু বাংলায় ফেল করে = $(100 - 90 - 10)\% = 20\%$
 শুধু গণিতে ফেল করে = $(100 - 80 - 10)\% = 10\%$
 উভয় বিষয়ে ফেল করে = $(20 + 10 + 10)\% = 80\%$
 \therefore দুই বিষয়ে পাস করে = $(100 - 80)\% = 20\%$
 60 জন পাস করলে শিক্ষার্থীর সংখ্যা = 100 জন
 $\therefore 280 \text{ " " " " " " " " } = \frac{100 \times 280}{60} = 800 \text{ জন}$

Rule : 4

কোন পরীক্ষায় ৮৫% ছাত্র ইংরেজিতে পাস করেছে। ইংরেজিতে ফেলের সংখ্যা মোট ৭৫ জন হলে পরীক্ষার্থীর সংখ্যা কত?

শর্ট টেকনিক : মোট পরীক্ষার্থী = $\frac{\text{ফেলের সংখ্যা}}{100 - \text{ফেলের হার}} \times 100$
 $= \frac{95}{100 - 85} \times 100 = 500$

যুক্তি : ইংরেজিতে ফেলের সংখ্যা $(100 - 95)$ জন = 5 জন।
 $\therefore 5$ জন ফেল করে যখন মোট পরীক্ষার্থীর সংখ্যা 100 জন
 95 " " " " " " " " $\frac{100 \times 95}{5} = 500$ জন

Rule : 5

কোন পরীক্ষায় ৯০% পরীক্ষার্থী ইতিহাসে এবং ৮৫% পরীক্ষার্থী ভূগোলে কৃতকার্য হল। যদি উভয় বিষয়ে কেউ ফেল না করে এবং উভয় বিষয়ে ২২৫ জন পাস করে থাকে, তবে ঐ পরীক্ষায় কতজন অংশগ্রহণ করেছিল?

শর্ট টেকনিক :
 মোট পরীক্ষার্থী = $\frac{\text{মোট পাসকৃত ছাত্র}}{100 - (1ম বিষয়ে ফেল + 2য় বিষয়ে ফেল)} \times 100$
 $= \frac{225}{100 - (10 + 15)} \times 100 = 700$ জন

যুক্তি : শুধু ইতিহাসে ফেল করে $(100 - 90)\% = 10\%$
 ,, ভূগোলে ,, ,, $(100 - 85)\% = 15\%$
 \therefore উভয় বিষয়ে পাস করে $(100 - (10\% + 15\%)) = 75\%$
 $\therefore 75$ জন পাস করে 100 জন ছাত্রের মধ্যে
 $\therefore 225 \text{ ,, ,, ,, } \frac{100 \times 225}{75} = 700$ জন

লাভ-ক্ষতি

- লাভ-ক্ষতি :
 - লাভ = বিক্রয়মূল্য - ক্রয়মূল্য
 - ক্ষতি = ক্রয়মূল্য - বিক্রয়মূল্য
 - শতকরা লাভ = $\frac{\text{লাভ}}{\text{ক্রয়মূল্য}} \times 100$
- গণিত লেকচার শিট প্রিলি. (১-৪) - ৫

- ক্ষতি = $\frac{\text{ক্ষতি}}{\text{ক্রয়মূল্য}} \times 100$
- বিক্রয়মূল্য = $\frac{\text{শতকরা লাভে বিক্রয়মূল্য}}{100} \times \text{ক্রয়মূল্য}$
- বিক্রয়মূল্য = $\frac{\text{শতকরা ক্ষতিতে বিক্রয়মূল্য}}{100} \times \text{ক্রয়মূল্য}$
- ক্রয়মূল্য = $\frac{100}{\text{শতকরা লাভে বিক্রয়মূল্য}} \times \text{বিক্রয়মূল্য}$
- ক্রয়মূল্য = $\frac{\text{বেশি বা কম} \times 100}{\text{উভয় বিক্রয়মূল্যের পার্থক্য (শতকরা)}}$

লাভ ক্ষতি

Rule : 1

একটি ছাগল ২৭৬ টাকায় বিক্রয় করায় ১৫% লাভ হল। ছাগলটির ক্রয়মূল্য কত?

যুক্তি : ১৫% লাভে বিক্রয়মূল্য ১১৫ টাকা হলে ক্রয়মূল্য 100 টাকা
 $\therefore \text{ " " " " " " " " } \frac{100 \times 276}{115} = 280 \text{ টাকা}$

একটি দ্রব্যের বিক্রয়মূল্য ৯২ টাকা। এতে বিক্রেতার লাভ হয় ১৫%। দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য কত?

Short Cut : ক্রয়মূল্য = $\frac{100 \times 92}{100 + 15} = 80 \text{ টাকা}$

নিজে করুন :

1. একজন বিক্রেতা একটি জিনিস 6৫ টাকায় বিক্রি করে ৩০% লাভ করেন। জিনিসটির ক্রয়মূল্য কত? উ. ৫০ টাকা
2. একটি চেয়ার 1৮০ টাকায় বিক্রয় করায় ক্রয়মূল্যের উপর ২০% লাভ হলো। চেয়ারটির ক্রয়মূল্য কত টাকা? উ. 1৫০
3. একটি জিনিস ৬০ পয়সায় বিক্রয় করায় ২০% লাভ হয়। এর ক্রয়মূল্য কত? উ. ৫০ পয়সা
4. একটি জিনিস ৬০ টাকা বিক্রি করলে ২০% লাভ হয়। জিনিসটির ক্রয়মূল্য কত? উ. ৫০ টাকা
5. একটি জিনিস ২৫ টাকায় বিক্রি করায় ২৫% লাভ হল, জিনিসটির ক্রয়মূল্য কত? উ. ২০ টাকা

Rule : 2

বিশু ৯৯০ টাকায় তার ঘড়িটি বিক্রয় করায় ১০% ক্ষতি হল। ঘড়িটির ক্রয়মূল্য কত?

Short Cut : ক্রয়মূল্য = $\frac{100 \times \text{বিক্রয়মূল্য}}{100 - \text{ক্ষতি}}$
 $= \frac{100 \times 990}{100 - 10} = 1100 \text{ টাকা}$

নিজে করুন :

1. একটি ঘড়ি ৫৬০ টাকায় বিক্রি করায় ২০% ক্ষতি হলো। ঘড়িটির ক্রয়মূল্য কত? উ. ৭০০ টাকা

Rule : 3

একটি ঘড়ি ১০% ক্ষতিতে বিক্রয় হলো। বিক্রয়মূল্য ৪৫ টাকায় বেশি হলে ৫% লাভ হতো। ঘড়িটির ক্রয়মূল্য কত?

Short Cut : ক্রয়মূল্য = $\frac{100 \times \text{বেশি বিক্রয়মূল্যের মান}}{\text{প্রথম শতকরা} + \text{দ্বিতীয় শতকরা}}$

$$\text{ক্রয়মূল্য} = \frac{100 \times 85}{10 + 5} = \frac{8500}{15} = 566.67 \text{ টাকা।}$$

যুক্তি : ১০% ক্ষতিতে বিক্রয়মূল্য = (১০০ - ১০) টাকা = ৯০ টাকা
৫% লাভে বিক্রয়মূল্য = (১০০ + ৫) টাকা = ১০৫ টাকা
বিক্রয়মূল্য বেশি = (১০৫ - ৯০) = ১৫ টাকা
বিক্রয়মূল্য ১৫ টাকা বেশি হলে দাম = ১০০ টাকা
" " " ৪৫ " " " = $\frac{100 \times 85}{15} = 566.67$ টাকা।

একটি দ্রব্য বিক্রি করে বিক্রেতার ১০% ক্ষতি হল, বিক্রয়মূল্য ১৩৫ টাকা বেশি হলে বিক্রেতার ২০% লাভ হত। দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য কত?

Short Cut :

$$\text{ক্রয়মূল্য} = \frac{100 \times 135}{10 + 20} = \frac{13500}{30} = 450 \text{ টাকা।}$$

নিজে করুন :

- একজন বিক্রেতা ১২.৫% ক্ষতিতে একটি জিনিস বিক্রি করেন। যে মূল্যে তিনি জিনিসটি বিক্রি করলেন, তার চেয়ে ৩০ টাকা বেশি মূল্যে বিক্রি করলে ক্রয় মূল্যের উপর তাঁর ২৫% লাভ হত। জিনিসটির ক্রয় মূল্য কত? উ. ৮০ টাকা
- একটি বই ১০% ক্ষতিতে বিক্রয় করা হলো। যদি ক্রয়মূল্য ৪০ টাকা কম হতো, তবে বিক্রেতা ১০% লাভ করতে পারত। ক্রয়মূল্য বের করুন? উ. ২০০
- টাকায় ১০ টি ও টাকায় ১৫ টি দরে সমান সংখ্যক লিচু কিনে সবগুলো লিচু টাকায় ১২ টি দরে বিক্রয় করলে শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হবে? উ. লাভ বা ক্ষতি কিছুই হবে না
- দুটি চেয়ার ৩৬০০ টাকায় বিক্রয় করায় একটিতে ২০% লাভ এবং একটি ২০% হ্রাস। সব মিলিয়ে কত লোকসান হয়েছে? [১৮তম বিসিএস] উ. ৩০০ টাকা

Rule : 4

একজন দোকানদার $9\frac{1}{2}\%$ ক্ষতিতে একটি দ্রব্য বিক্রয় করল। যদি দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য ১০% কম হতো এবং বিক্রয়মূল্য ৩১ টাকা বেশি হতো, তাহলে তাঁর ২০% লাভ হতো। দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য কত? [১৬তম বিসিএস]

যুক্তি : $9\frac{1}{2}\%$ ক্ষতিতে বিক্রয়মূল্য $\frac{185}{2}$ টাকা

১০% কমে ক্রয়মূল্য ৯০ টাকা

এবং ২০% লাভে বিক্রয়মূল্য = ৯০ + ৯০ এর ২০% = ১০৮ টাকা।

$$\therefore \text{বেশি} = \left(108 - \frac{185}{2}\right) = \frac{31}{2} \text{ টাকা}$$

$\frac{31}{2}$ বেশী বিক্রয়মূল্য হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

$$\therefore 31 \text{ " " " " } \frac{100 \times 2 \times 31}{31} = 200 \text{ টাকা}$$

Rule : 5

শামীম টাকায় ৪টি দরে কিছুসংখ্যক আম কিনে যদি টাকায় ৫টি দরে বিক্রয় করে এতে শামীমের শতকরা কত ক্ষতি হবে?

Short Cut :

৪টি আম এর ক্রয়মূল্য ১ টাকা

$$1 \text{ " " " " } \frac{1}{8}$$

৫ " " বিক্রয়মূল্য ১ টাকা

$$1 \text{ " " " " } \frac{1}{5}$$

$$\text{ক্ষতি} = \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{5}\right) = \frac{3}{40} \text{ টাকা}$$

$\frac{3}{8}$ টাকায় ক্ষতি হয় $\frac{3}{20}$ টাকা

$$100 \text{ " " " } \frac{8 \times 100}{20} = 20 \text{ টাকা।}$$

টাকায় ৩টি করে লেবু কিনে টাকায় ২টি করে বিক্রি করলে শতকরা কত লাভ হবে?

Short Cut : লাভ = $\frac{100}{\text{টাকায় বিক্রয়ের পরিমাণ}} = \frac{100}{2} = 50\%$

নিজে করুন :

- একজন দোকানদার ৫টি লেবু যে দামে কিনে ৪টি লেবু সেইদামে বিক্রি করে। তার শতকরা লাভ কত? উ. ২৫%
- টাকায় ৬টি লেবু ক্রয় করে টাকায় ৫টি লেবু বিক্রয় করলে শতকরা লাভের হার কত? উ. ২০%

Rule : 6

কাঞ্চন যদি টাকায় ২টি এবং ৪টি করে সমান সংখ্যক কলা কিনে টাকায় ৩টি করে সবগুলো বিক্রয় করলে কাঞ্চনের শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হবে।

Short Cut : এরূপ অংকের ক্ষেত্রে সর্বদা ক্ষতি হবে।

$$\therefore \text{ক্ষতি} = \frac{100}{(1 \text{ টাকায় বিক্রির পরিমাণ})^2} = \frac{100}{9} = 11.11\%$$

টাকায় ৪টি ও টাকায় ৬টি দরে সমান সংখ্যক পেয়ারা কিনে টাকায় ৫টি দরে বিক্রয় করলে শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হবে?

শর্ট টেকনিক : ক্ষতি = $\frac{100}{(\text{টাকায় যতটি বিক্রি হয়})^2}$
= $\frac{100}{25} = 4\%$ ক্ষতি

যুক্তি : ২টির ক্রয়মূল্য $\frac{1}{8} + \frac{1}{6}$ টাকা = $\frac{5}{12}$ টাকা

আবার, ৫টির বিক্রয়মূল্য ১ টাকা হলে ২টির বিক্রয়মূল্য $\frac{2}{5}$ টাকা

$\therefore \frac{5}{12}$ টাকায় ক্ষতি হয় $\left(\frac{5}{12} - \frac{2}{5}\right)$ টাকা = $\frac{1}{60}$ টাকা

$\therefore 100$,, ,, ,, $\frac{12 \times 100}{60 \times 5} = 8$ টাকা = ৪%

Rule : 7

একটি কলম ১৮০ টাকায় বিক্রয় করায় ২০ টাকা ক্ষতি হয়। ক্ষতির শতকরা হার কত?

Short Cut : ক্ষতির শতকরা হার = $\frac{\text{ক্ষতি} \times 100}{\text{ক্রয়মূল্য}}$

= $\frac{20 \times 100}{180 + 20} = \frac{20000}{200} = 10\%$

একটি দ্রব্য ৩৮০ টাকায় বিক্রয় করায় ২০ টাকা ক্ষতি হলো। ক্ষতির শতকরা হার কত?

শর্ট টেকনিক : ক্ষতির হার = $\frac{\text{ক্ষতি} \times 100}{\text{বিক্রয়মূল্য} + \text{ক্ষতি}}$

= $\frac{20 \times 100}{380 + 20} = \frac{20 \times 100}{800} = 2.5\%$

যুক্তি : ক্রয়মূল্য = (৩৮০ + ২০) টাকা = ৪০০ টাকা
৪০০ টাকা ক্রয়মূল্য হলে ক্ষতি ২০ টাকা

$\therefore 100$,, ,, ,, $\frac{100 \times 20}{800} = 2.5$ টাকা = ২.৫%

Rule : 8

একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ২০% বাড়ালে এবং প্রস্থ ২০% কমালে ক্ষেত্রফলের পরিবর্তন শতকরা কত হবে?

Short Cut : হ্রাস পাবে = $\frac{20 \times 20}{100} = 4\%$

Rule : 9

একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ২০% বৃদ্ধি ও প্রস্থ ১০% হ্রাস করা হলে, ক্ষেত্রফলের শতকরা কত পরিবর্তন হবে?

Short Cut : $x + y + \frac{xy}{100}$ x = বৃদ্ধি = ২০

y = হ্রাস = - ১০

$20 + (-10) + \frac{20(-10)}{100}$

= $20 - 10 - \frac{200}{100} = 8\%$ বৃদ্ধি পেয়েছে।

একটি বর্গক্ষেত্রের প্রতিটি বাহু ১০% বৃদ্ধি করলে ক্ষেত্রফল কত বৃদ্ধি পাবে?

Short Cut : $10 + 10 + \frac{10 \times 10}{100} = 21\%$

একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ শতকরা ৫০% বৃদ্ধি করলে বৃত্তের ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পাবে।

Short Cut : $50 + 50 + \frac{50 \times 50}{100} = 125\%$

= $50 + 50 + 25 = 125\%$

নিজে করুন :

১. এক ব্যবসায়ী একটি পণ্যের মূল্য ২৫% বাড়ালো, অতঃপর বর্ধিত মূল্য থেকে ২৫% কমালো। সর্বশেষ মূল্য সর্বপ্রথম মূল্যের তুলনায় কত হ্রাস বা বৃদ্ধি পেল? (৬.২৫% কমেছে)

কিছু গুরুত্বপূর্ণ প্রশ্ন

একটি জিনিস বিক্রি করে বিক্রেতা ক্রয়মূল্যের ৩৫% লাভ করেন। মোট ২৮০ টাকা লাভ হলে, জিনিসটির ক্রয়মূল্য কত?

যুক্তি : ধরি, ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

৩৫ টাকা লাভ হয় ১০০ টাকায়

$\therefore 1$ " " " $\frac{100}{35}$ "

$\therefore 280$ " " " $\frac{100 \times 280}{35}$ " = ৮০০ টাকা

নির্দিষ্ট দামে একটি দ্রব্য বিক্রয় করতে ২০% ক্ষতি হলো। এটি ৬০ টাকা বেশি মূল্যে বিক্রয় করতে পারলে ১০% টাকা লাভ হত। দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য কত?

যুক্তি : বিক্রয়মূল্য ৬০ টাকা বেশি হলে ২০% ক্ষতিপূরণ হয়ে ১০% লাভ হত অর্থাৎ $20\% + 10\% = 30\%$ টাকা

বা, $30\% = 30$

বা, $100\% = \frac{60 \times 100}{30} = 200$ টাকা

একটি চেয়ার ১৮০ টাকায় বিক্রয় করায় ক্রয়মূল্যের উপর ২০% লাভ হলো। চেয়ারটির ক্রয়মূল্য কত টাকা?

শর্ট টেকনিক :

সূত্র : ক্রয়মূল্য = $\frac{\text{বিক্রয়মূল্য} \times 100}{100 \pm \text{লাভ/ক্ষতি}}$

অংকটিতে যেহেতু লাভের কথা উল্লেখ আছে তাই

ক্রয়মূল্য = $\frac{\text{বিক্রয়মূল্য} \times 100}{100 + \text{লাভ}}$

= $\frac{180 \times 100}{100 + 20}$

= $\frac{180 \times 100}{120} = 150$ টাকা

একটি ছাগল ১০% ক্ষতিতে বিক্রয় করা হল। বিক্রয়মূল্য

আরো ৩৬ টাকা বেশি হলে $12\frac{1}{2}\%$ লাভ হত। ছাগলটির ক্রয়মূল্য কত?

যুক্তি : বিক্রয়মূল্য ৩৬ টাকা বেশি হলে ১০% ক্ষতিপূরণ হয়ে ও

$12\frac{1}{2}\%$ লাভ হত অর্থাৎ $10\% + 12\frac{1}{2}\% = 22\frac{1}{2}\%$

বা, $\frac{85}{2}\% = 42.5\%$

$\therefore 100\% = \frac{36 \times 2 \times 100}{85} = 160$ টাকা

৫. একটি জিনিস ৬০ টাকা বিক্রি করলে ২০% লাভ হয়।
জিনিসটির ক্রয়মূল্য কত?

যুক্তি : ২০% লাভে $(100 + 20) = 120$ টাকা
১২০ টাকা লাভ হলে ক্রয়মূল্য = ১০০ টাকা

$$\therefore 1 \text{ " " " " " } = \frac{100}{120} \text{ "}$$

$$\therefore 60 \text{ " " " " " } = \frac{100 \times 60}{120} = 50 \text{ টাকা}$$

৬. ১৯০ টাকায় একটি দ্রব্য বিক্রয় করতে ৫% ক্ষতি হল।
বিক্রয়মূল্য কত হলে ৫% লাভ হত?

যুক্তি :

৫% ক্ষতিতে বিক্রয়মূল্য = $100 - 5 = 95$ টাকা
বিক্রয়মূল্য ৯৫ টাকা হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

$$\therefore \text{ " " " " " } = \frac{100 \times 190}{95} = 200 \text{ টাকা}$$

আবার, ৫% লাভে বিক্রয়মূল্য = $100 + 5 = 105$ টাকা
ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য ১০৫ টাকা

$$\text{ " " " " " } = \frac{105 \times 200}{100} = 210 \text{ টাকা}$$

৮. ৫৩৫ টাকায় একটি জামা বিক্রি করে শতকরা ৭ ভাগ লাভ হয়; জামাটি কত টাকায় বিক্রি করলে শতকরা ২০ ভাগ ক্ষতি হবে?

যুক্তি : ৭% লাভে, $100 + 7 = 107$ টাকা

১০৭ টাকা বিক্রয়মূল্য হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

$$\therefore 535 \text{ " " " " } = \frac{100 \times 535}{107} = 500 \text{ টাকা}$$

২০% ক্ষতিতে, $(100 - 20) = 80$
ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য ৮০ টাকা

$$\therefore \text{ " " " " " } = \frac{80 \times 500}{100} = 800 \text{ টাকা}$$

৯. একটি Econo কলমের মূল্য ৫ টাকা এবং একটি Matador কলমের মূল্য ৪ টাকা। যদি ঐ দোকানদার ৫০০টি কলম বিক্রি করে ২,৩০০ টাকা পায়, তবে সে কয়টি Econo কলম বিক্রয় করেছিল?

যুক্তি : ধরি, ECONO কলম বিক্রয় করে x টি

$$\therefore \text{ Matador " " " " } (500 - x)$$

$$\therefore 5x + 4(500 - x) = 2300$$

$$\Rightarrow 5x + 2000 - 4x = 2300$$

$$\therefore x = 300$$

১০. ৫ টাকায় ২টি করে কমলা কিনে ৩৫ টাকায় কয়টি কমলা বিক্রয় করলে ৪০% লাভ হবে?

যুক্তি : ৪০% লাভে, $100 + 40 = 140$

বিক্রয়মূল্য ১৪০ টাকা হলে ক্রয়মূল্য = ১০০ টাকা

$$\therefore \text{ " " " " " } = \frac{100 \times 35}{140} = 25 \text{ টাকা।}$$

৫ টাকায় কিনে ২টি

$$\therefore 25 \text{ " " " } = \frac{2 \times 25}{5} = 10 \text{ টি।}$$

১১. কোন জিনিসের ক্রয়মূল্য বিক্রয়মূল্যের $\frac{8}{5}$ ভাগ হলে শতকরা

লাভের হার কত?

যুক্তি : মনে করি, বিক্রয়মূল্য x টাকা

$$\therefore \text{ ক্রয়মূল্য } = \frac{8x}{5} \text{ টাকা}$$

$$\therefore \text{ লাভ } = \left(x - \frac{8x}{5} \right) = \frac{x}{5}$$

$$\therefore \text{ শতকরা হার } = \left(\frac{x}{5} \times \frac{100}{x} \right) = 20\%$$

১২. একটি দ্রব্য ২৫ টাকা দিয়ে ক্রয় করে ৩০ টাকায় বিক্রয় করলে শতকরা কত লাভ হবে?

যুক্তি : লাভ = $(30 - 25) = 5$

২৫ টাকায় লাভ হয় ৫ টাকা

$$\therefore 1 \text{ " " " " } = \frac{5}{25} \text{ " " " " "}$$

$$\therefore 100 \text{ " " " " } = \frac{5 \times 100}{25} = 20 \text{ টাকা} = 20\%$$

সরল ও যৌগিক মুনাফা

■ সরল মুনাফা :

□ সুদ = আসল \times হার \times সময় (সরল মুনাফার ক্ষেত্রে)

□ $I = Pnr$ I = সুদ বা মুনাফা

□ সময় = $\frac{\text{সুদ} \times 100}{\text{আসল} \times \text{হার}}$ p = আসল
 n = আসল

□ $n = \frac{I \times 100}{p \times r}$ r = সুদের হার

□ আসল = $\frac{\text{সুদ}}{\text{হার} \times \text{সময়}}$

□ $P = \frac{I}{r \times n}$

Rule : 1

১. বার্ষিক ৫% হার সুদে কত টাকায় দৈনিক সুদ ২০ পয়সা হবে?

Short Cut : 1 দিন = $\frac{1}{365}$ বছর।

$$20 \text{ পয়সা} = \frac{20}{100} \text{ টাকা} = .20 \text{ টাকা।}$$

$$\therefore \text{ আসল } = \frac{.20}{.05 \times \frac{1}{365}} = 1460 \text{ টাকা।}$$

২. বার্ষিক ৬% হার সুদে কত টাকায় ২ দিনের সুদ ৩০ পয়সা হবে?

$$\text{Short Cut : আসল} = \frac{0.3 \times 365}{0.06 \times 2} = 912.5 \text{ টাকা।}$$

২. ১০% হারে ১০,০০০ টাকার ৫ বছরের সুদ কত?

$$\text{Short Cut : } I = pnr = 10,000 \times 5 \times \frac{10}{100} = 5000 \text{ টাকা।}$$

৩. বার্ষিক শতকরা ১০% হার সুদে কত টাকার ৫ বছরের সুদ ৫,০০০ টাকা হবে?

$$\text{Short Cut : } I = pnr$$

$$\Rightarrow 5000 = p \times 5 \times \frac{10}{100}$$

$$\Rightarrow p = 10,000 \text{ টাকা।}$$

Rule : 2

১. বার্ষিক সুদের হার ৫% থেকে হ্রাস পেয়ে ৪ $\frac{3}{8}$ % হওয়ায় এক ব্যক্তির আয় এক বছরে ৮০ টাকা কমে গেল। তার মূলধন কত ছিল?

Short Cut :

$$I = \frac{p(r_1 - r_2)}{100} \times \frac{n}{r_2} = 1\text{ম শতকরা হার}$$

$$\Rightarrow 80 = \frac{p(5 - 4\frac{3}{8})}{100} \times \frac{1}{\frac{4\frac{3}{8}}{100}} \quad \text{বা, } p = 32,000 \text{ টাকা।}$$

নিজে করুন :

- সুদের হার ৮% হতে বেড়ে ১২ $\frac{1}{2}$ % হওয়াতে এক ব্যক্তির আয় ২ বছরে ১৩৫ টাকা বেড়ে গেল। তার মূলধন কত? উ. ১৫০০ টাকা
- ৪২৫ টাকার ৪ বছরের সুদ ৮৫ হলে, সুদের হার বার্ষিক কত টাকা হবে? উ. ৫%

Rule : 3

১. শতকরা বার্ষিক কত হার সুদে ৫ বছরে ৪০০ টাকার সুদ ১৪০ টাকা হবে?

$$\text{Short Cut : } I = Pnr$$

$$\Rightarrow 140 = 400 \times 5 \times \frac{r}{100}$$

$$\Rightarrow r = 7\%$$

নিজে করুন :

- শতকরা বার্ষিক কত হার সুদে ৭০০ টাকার ৫ বছরের সুদ ১০৫ টাকা হবে? উ. ৫%
- এক ব্যক্তি ১৫০০ টাকা ব্যাংকে জমা করে বছরে সুদ বাবদ ১২৭ টাকা আয় করেন। ঐ ব্যাংকের বছরের সুদের হার কত? উ. ১২.৭%

Rule : 4

১. শতকরা ৫ টাকা হার সুদে ২ বছরে সুদে-আসলে ৪০,০০ টাকা হলে মূলধন কত?

$$\text{Short Cut : } p = \frac{100 \times c}{100 + n} \quad p = \text{আসল}$$

$$c = \text{সুদ-আসল}$$

গণিত লেকচার শিট প্রিলি. (১-৪) - ৬

$$= \frac{100 \times 80,000}{100 + (5 \times 20)} \quad r = \text{সুদের হার}$$

$$= \frac{100 \times 80,000}{200} = 20,000 \quad n = \text{সময়/বছর}$$

নিজে করুন :

- শতকরা ৫ টাকা হার সুদে ২০ বছরে সুদে-আসলে ৫০,০০০ টাকা হলে মূলধন কত? (১৪তম বিসিএস) উ. ২৫,০০০ টাকা।
- ৮৮৮ টাকা বার্ষিক ১০% সুদে কত বছরে সুদে-আসলে ১৭,৭৭৬ টাকা হবে? উ. ১০ বছর
- শতকরা বার্ষিক ৪ টাকা হার মুনাফায় কত টাকা ১৫ বছরে সবম্বিমূল ১০৪০ টাকা হবে? উ. ৬৫০ টাকা

Rule : 5

□ ৩০০ টাকার ২ বছরের সুদ এবং ৪০০ টাকার ৩ বছরের সুদ একত্রে ১৮০ টাকা হলে সুদের হার কত?

$$\text{Short Cut : } r = \frac{100 \times I}{p_1 n_1 + p_2 n_2} \quad I = \text{একত্রে সুদ}$$

$$= \frac{100 \times 180}{300 \times 2 + 400 \times 3} \quad p_1 = 1\text{ম মূলধন}$$

$$= 10\% \quad p_2 = 2\text{য় মূলধন}$$

নিজে করুন :

- ৫০০ টাকার ৪ বছরের সুদ এবং ৬০০ টাকার ৫ বছরের সুদে একত্রে ৫০০ টাকা হলে সুদের হার কত? (১৬তম) উ. ১০%

Rule : 6

১. শতকরা বার্ষিক কত হার সুদে যে কোন আসল ৫ বছরে সুদে-আসলে দ্বিগুণ হবে?

Short Cut :

সুদের হার (r)

$$= \frac{\text{গুণের মান (যতগুণ হবে)} - 1}{\text{সময়}} \times 100$$

$$= \frac{2 - 1}{5} \times 100 = 20\%$$

২. বার্ষিক শতকরা কত হার সুদে যে কোন আসলের ১০ বছরে সুদে আসলে ৮ গুণ হবে?

Short Cut :

ধরি, আসল ক টাকা

সুদ-আসল = ৮ ক টাকা

সুদ = (৮ক - ক) = ৭ক টাকা

ক টাকার ১০ বছরের সুদ ৭ক টাকা

$$100 \text{ টাকার } 1 \text{ বছরের সুদ } \frac{7ক \times 100}{৫ \times 100} = 90\%$$

চক্রবৃদ্ধি মুনাফা (Compound profit)

চক্রবৃদ্ধি মূলধন $C = P(1 + r)^n$

চক্রবৃদ্ধি মুনাফা $C = P(1 + r)^n - P$

এখানে, মূলধন আসল P(Principal)

মুনাফার হার r (rate of interest)

সময় $= n$ (time)

উদাহরণ : বার্ষিক ১০.৫০% মুনাফায় ৫০০০ টাকার ২ বছরের চক্রবৃদ্ধি মুনাফা নির্ণয় কর।

সমাধান : চক্রবৃদ্ধি মুনাফা $= C - P = P(1 + r)^n - P$

এবং চক্রবৃদ্ধি মূলধন $C = P(1 + r)^n$

এখানে, $r = ১০.৫০\% = \frac{১১}{২০০}$

$P = ৫০০০$ টাকা

$n = ২$ বছর

$\therefore C = ৫০০ \left(১ + \frac{১১}{২০০} \right)^২ - ৫০০০ \times \frac{২২১}{২০০} \times \frac{২২১}{২০০}$

$= ৬১০৫.১৩$ টাকা

\therefore চক্রবৃদ্ধি মুনাফা $= (C - P) = (৬১০.১৩ - ৫০০০) = ১১০৫.১৩$ টাকা (প্রায়)

১. কোন শহরের লোকসংখ্যা ৩৫ লক্ষ, ঐ শহরের জনসংখ্যা বৃদ্ধির হার প্রতি হাজারে ৩০ হলে ২ বছর পরে ঐ শহরের লোকসংখ্যা কত হবে?

Short Cut : সূত্র : $C = P(1 + r)^n$

$C = ৩৫০০০০ \left(১ + \frac{৩০}{১০০} \right)^২ = ৩৭১৩১৫০$ জন।

২. কোন শহরের লোকসংখ্যা ৫০ লক্ষ। এ শহরে জনসংখ্যা বৃদ্ধির ৩%। ৪ বছর পরে ঐ শহরের লোকসংখ্যা কত হবে?

Short Cut : $C = P(1 + r)^n$ এখানে,

$= ৫০০০০০ \left(১ + \frac{৩}{১০০} \right)^৪$ $C =$ মোট জনসংখ্যা

$= ৫৬২৭৫৪৪১$ জন। $r =$ বৃদ্ধির হার

$n =$ বছর (সময়)

নিজে করুন :

১. কোনো শহরের বর্তমান জনসংখ্যা ৬৪ লক্ষ। শহরটির জনসংখ্যা বৃদ্ধির হার প্রতি হাজারে ২৫ জন হলে। ২ বছর পর ঐ শহরের জনসংখ্যা কত হবে? উ. ৬৭,২৪,০০০ জন
২. বার্ষিক ১০% মুনাফায় ৮০০০ টাকার ৩ বছরের চক্রবৃদ্ধি মূলধন নির্ণয় কর। উ. ১০,৬৪৮ টাকা

Lecture-3

বীজগণিতীয় সূত্রাবলি

“বীজগণিত” গণিতের প্রধান তিনটি শাখার (পাটিগণিত, বীজগণিত, জ্যামিতি) মধ্যে সবচেয়ে আধুনিক শাখা। “বীজগণিত” বাংলা শব্দ এর ইংরেজী প্রতিশব্দ “Algebra” যা একজন মুসলিম গণিতবিদ আলী জাবের এর নাম অনুসারে নামকরণ করা হয়েছে। অজানা রাশির মান নির্ণয় এই পদ্ধতির আলোচ্য বিষয়। BCS প্রিলিমিনারি টেস্ট -এ প্রতিনিয়ত “Algebra” থেকে প্রশ্নের পরিমাণ বৃদ্ধি পাচ্ছে। তাই বীজগণিত অনুশীলন করা খুবই গুরুত্বপূর্ণ। বীজগণিতে ভালো করার জন্য কিছু Formula মনে রাখা একান্ত অপরিহার্য।

বর্গ এর সূত্রাবলি ও মান নির্ণয়

○বর্গ-এর সূত্র :

1. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
2. $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
3. $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
4. $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$
5. $a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca)$
6. $2(ab + bc + ca) = (a + b + c)^2 - (a^2 + b^2 + c^2)$
7. $ab + bc + ca = \frac{(a + b + c)^2 - (a^2 + b^2 + c^2)}{2}$

○বর্গ-এর অনুসিদ্ধান্ত :

1. $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$
2. $a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab$
3. $(a + b)^2 = (a - b)^2 + 4ab$
4. $(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab$
5. $2(a^2 + b^2) = (a + b)^2 + (a - b)^2$
6. $4ab = (a + b)^2 - (a - b)^2$
7. $ab = \left(\frac{a + b}{2} \right)^2 - \left(\frac{a - b}{2} \right)^2$
8. $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$
9. $(x + a)(x - b) = x^2 + (a - b)x - ab$
10. $(x - a)(x + b) = x^2 + (b - a)x - ab$
11. $(x - a)(x - b) = x^2 - (a + b)x + ab$

A.

✓ $x + \frac{1}{x} = \sqrt{2}$ হলে $x^2 + \frac{1}{x^2}$ এর মান কত?

সমাধান :

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x} \right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x}$$

$$= (\sqrt{2})^2 - 2 = 2 - 2 = 0$$

Short cut Method :

যদি $a + \frac{1}{a} = n$ হয়, তবে $a^2 + \frac{1}{a^2}$ এর মান নির্ণয় করার জন্য $n^2 - 2$

সূত্র, প্রয়োগ করুন। $a + \frac{1}{a}$ এ a এর পরিবর্তে x, y, m

ইত্যাদি

থাকতে পারে।

যেমন : $m + \frac{1}{m} = 4$ হলে $m^2 + \frac{1}{m^2} =$ কত?

Solve : $n^2 - 2 = 4^2 - 2 = 14$

● নিজে করুন :

1. যদি $y + \frac{1}{y} = 2$ হলে $y^2 + \frac{1}{y^2} =$ কত? উ. 2

2. যদি $a + \frac{1}{a} = \sqrt{3}$ হলে $a^2 + \frac{1}{a^2} =$ কত? উ. 1

3. যদি $a + \frac{1}{a} = 4$ হয়, তাহলে $a^2 + \frac{1}{a^2} =$ কত? উ. 14

B.

□ $x - \frac{1}{x} = 3$ হলে, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ এর মান কত?

সমাধান : $x^2 + \frac{1}{x^2} = (x - \frac{1}{x})^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x}$
 $= (3)^2 + 2 = 11$

Short cut Method :

যদি $x - \frac{1}{x} = n$ হয়, তবে $x^2 + \frac{1}{x^2}$ এর মান নির্ণয় করার

জন্য $n^2 + 2$ সূত্র প্রয়োগ করুন। $x - \frac{1}{x}$ -এ x এর পরিবর্তে a, y, m ইত্যাদি থাকতে পারে।

যেমন : $m - \frac{1}{m} = 5$ হলে $m^2 + \frac{1}{m^2}$ এর মান কত?

Ans : সূত্র : $n^2 + 2 = 5^2 + 2 = 27$

● নিজে করুন :

1. $y - \frac{1}{y} = 9$ হলে $y^2 + \frac{1}{y^2} =$ কত? উ. 83

2. $x - \frac{1}{x} = 2$ হলে $x^2 + \frac{1}{x^2}$ এর মান কত? উ. 6

3. $a - \frac{1}{a} = 4$ হলে $a^2 + \frac{1}{a^2} =$ কত? উ. 18

C.

□ যদি $a^2 + \frac{1}{a^2} = 51$ হয়, তবে $a - \frac{1}{a}$ এর মান কত?

সমাধান : দেয়া আছে, [৩১তম বিসিএস]

$$a^2 + \frac{1}{a^2} = 51$$

$$\text{or, } (a - \frac{1}{a})^2 + 2 \cdot a \cdot \frac{1}{a} = 51$$

$$\text{or, } (a - \frac{1}{a})^2 = (\pm 7)^2$$

$$\therefore a - \frac{1}{a} = \pm 7$$

Short cut Method :

যদি $a^2 + \frac{1}{a^2} = n$ হয়, তবে $a - \frac{1}{a}$ এর মান নির্ণয় করার

জন্য $\pm\sqrt{(n-2)}$ বা $\pm\sqrt{\{(a^2 + \frac{1}{a^2}) - 2\}}$

সূত্র, আবার $a + \frac{1}{a}$ এর মান নির্ণয় করার জন্য $\pm\sqrt{(n+2)}$

বা $\pm\sqrt{\{(a^2 + \frac{1}{a^2}) + 2\}}$ সূত্র প্রয়োগ করুন।

$a \pm \frac{1}{a}$ -এ a এর পরিবর্তে x, y, m ইত্যাদি থাকতে পারে।

প্রয়োগ- ১ : যদি $a^2 + \frac{1}{a^2} = 51$ হয়, তবে $a - \frac{1}{a}$ এর মান কত?

$$a - \frac{1}{a} = \pm\sqrt{\{(a^2 + \frac{1}{a^2}) - 2\}} = \pm\sqrt{(51 - 2)}$$

$$= \pm\sqrt{49} = \pm 7$$

প্রয়োগ- ২ : যদি $a^2 + \frac{1}{a^2} = 23$ হয়, তবে $a + \frac{1}{a}$ এর মান কত?

$$a + \frac{1}{a} = \pm\sqrt{\{(a^2 + \frac{1}{a^2}) + 2\}}$$

$$= \pm\sqrt{(23 + 2)} = \pm\sqrt{25} = \pm 5$$

● নিজে করুন :

1. যদি $a^2 + \frac{1}{a^2} = 18$ হয়, তবে $a - \frac{1}{a}$ এর মান কত?

উ. $[\pm 4]$

2. যদি $y^2 + \frac{1}{y^2} = 38$ হলে, $y - \frac{1}{y} =$ কত? উ. ± 6

D.

□ যদি $x = \sqrt{6} + \sqrt{5}$ হয় তবে $x^2 + \frac{1}{x^2} =$ কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, $x = \sqrt{6} + \sqrt{5}$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = (\sqrt{6} + \sqrt{5}) + \frac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{5}}$$

$$= \frac{(\sqrt{6} + \sqrt{5})^2 + 1}{\sqrt{6} + \sqrt{5}}$$

$$= \frac{6 + 2\sqrt{6}\sqrt{5} + 5 + 1}{\sqrt{6} + \sqrt{5}} = \frac{12 + 2\sqrt{6}\sqrt{5}}{\sqrt{6} + \sqrt{5}}$$

$$= \frac{2\sqrt{6}(\sqrt{6} + \sqrt{5})}{\sqrt{6} + \sqrt{5}} = 2\sqrt{6}$$

$$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = (x + \frac{1}{x})^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x}$$

$$= (2\sqrt{6})^2 - 2 = 4 \times 6 - 2 = 24 - 2 = 22$$

Short cut Method :

যদি $x = \sqrt{a} + \sqrt{b}$ হয়, তবে $x^2 + \frac{1}{x^2}$ এর মান নির্ণয় করার

জন্য $[(2 \times \text{বড় মান})^2 - 2]$ সূত্র প্রয়োগ করুন। ধরি, a বড় মান এবং b ছোট মান। $x^2 + \frac{1}{x^2}$ -এ x এর পরিবর্তে a, y, m ইত্যাদি থাকতে পারে।

যেমন— যদি $x = \sqrt{6} + \sqrt{5}$ হয়, তাহলে $x^2 + \frac{1}{x^2}$ এর মান কত?

$$\text{Solve: } x^2 + \frac{1}{x^2} = (2 \times \text{বড় মান})^2 - 2$$

$$= (2\sqrt{6})^2 - 2 = 4 \times 6 - 2 = 22$$

● নিজে করুন :

1. যদি $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ হয় তাহলে $x^2 + \frac{1}{x^2}$ এর মান কত?

উ. 10

2. যদি $x = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ হয় তাহলে $x^2 + \frac{1}{x^2}$ এর মান কত?

উ. 10

E.

- ✓ যদি $a + b = 8$, $ab = 15$ হয় তাহলে $a^2 + b^2$ এর মান কত?

সমাধান : $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$
 $= (8)^2 - 2 \cdot 15 = 64 - 30 = 34$

Short cut Method :

যদি $a + b = n$, $ab = m$ হয়, তবে $a^2 + b^2$ এর মান নির্ণয় করার

জন্য $n^2 - 2m$ সূত্র প্রয়োগ করুন। $a^2 + b^2$ এ a ও b এর পরিবর্তে

x, y, m ইত্যাদি থাকতে পারে।

● নিজে করুন :

- ✓ যদি $a + b = 6$ এবং $ab = 8$ হয় তাহলে $a^2 + b^2 =$ কত? উ. 20

- ✓ $a + b = 7$ এবং $a^2 + b^2 = 25$ হলে ab এর মান হবে? (১০তম বিসিএস) উ. 12

- ✓ $2x + \frac{2}{x} = 3$ হলে, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ এর মান নির্ণয় করুন।
উ. $\left(\frac{1}{4}\right)$

- ✓ $x - \frac{1}{x} = 3$ হলে, $x^2 + \frac{1}{x^2} =$ কত? উ. 11

- ✓ যদি $\left(a + \frac{1}{a}\right) = 4$ হয়, তাহলে $a^2 + \frac{1}{a^2} =$ কত?
উ. 14

- ✓ $a + \frac{1}{a} = \sqrt{3}$ হলে, $a^2 + \frac{1}{a^2}$ এর মান উ. (1)

(২৬তম বিসিএস)

- ✓ $a + \frac{1}{a} = 2$ হলে, $a^2 + \frac{1}{a^2} =$ কত? উ. 2

F.

- ✓ যদি $a - b = 4$, $ab = 45$ হয়, তাহলে $a^2 + b^2$ এর মান কত?

সমাধান : $a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab = 4^2 + 2 \cdot 45$
 $= 16 + 90 = 106$

Short cut Method :

যদি $a - b = n$, $ab = m$

$= m$ হয়, তবে $a^2 + b^2$ এর মান নির্ণয় করার

জন্য $n^2 + 2m$ সূত্র প্রয়োগ করুন। $a^2 + b^2$ এ a ও b এর পরিবর্তে

x, y, m ইত্যাদি থাকতে পারে।

যেমন— যদি $a - b = 2$, $ab = 4$ হয় তাহলে $a^2 + b^2$ এর মান কত?

Solve: $a^2 + b^2 = n^2 + 2m = 2^2 + 2 \cdot 4 = 4 + 8 = 12$

● নিজে করুন :

- ✓ যদি $a - b = 2$ এবং $ab = 63$ হয় তাহলে $a^2 + b^2 =$ কত?
উ. 130

- ✓ যদি $x - y = 3$ এবং $xy = 5$ হয় তাহলে $x^2 + y^2 =$ কত?
উ. 19

- ✓ $a - \frac{1}{a} = 4$ হলে, $a^2 + \frac{1}{a^2} =$ কত? উ. 18

- ✓ $x + y = 12$ এবং $x - y = 2$ হলে, $x^2 + y^2 =$ কত?

উ. 74

- ✓ $a - \frac{1}{a} = 5\sqrt{3}$ হলে, $a^2 + \frac{1}{a^2} =$ কত? উ. 77

- ✓ যদি $(x - y)^2 = 14$ এবং $xy = 2$ হয়, তবে $x^2 + y^2 =$ কত?
উ. 18

G.

- ✓ $x + y = 8$, $x - y = 6$ হলে, $x^2 + y^2$ এর মান —

সমাধান : $x^2 + y^2 = \frac{1}{2} \{(x + y)^2 + (x - y)^2\}$
 $= \frac{1}{2} (8^2 + 6^2) = \frac{1}{2} \times 100 = 50$

Short cut Method :

যদি $a + b = n$, $a - b = m$ হয়, তবে $a^2 + b^2$ এর মান নির্ণয়

করার জন্য $\frac{1}{2}(n^2 + m^2)$ সূত্র প্রয়োগ করুন।

$a^2 + b^2$ এ a ও b

এর পরিবর্তে x, y, m ইত্যাদি থাকতে পারে।

যেমন— $a + b = 4$ এবং $a - b = 2$ হলে, $a^2 + b^2$ এর মান কত?

Solve: $a^2 + b^2 = \frac{1}{2}(n^2 + m^2)$
 $= \frac{1}{2} \{(4)^2 + (2)^2\}$
 $= \frac{1}{2}(16 + 4) = \frac{20}{2} = 10$

● নিজে করুন :

- ✓ যদি $a + b = \sqrt{5}$ এবং $a - b = \sqrt{3}$ হয়, তবে $a^2 + b^2 =$ কত? উ. 4

- ✓ $a + b = 13$ এবং $a - b = 3$ হলে, $a^2 + b^2$ এর মান কত?

উ. 89

- ✓ $a + b = 4$ এবং $a - b = 2$ হলে, $a^2 + b^2$ এর মান কত?

উ. 10

- ✓ যদি $(x - y)^2 = 12$ এবং $xy = 1$ হয়, তবে $x^2 + y^2 =$ কত? উ. 14

- ✓ $\frac{1}{2} \{(a + b)^2 + (a - b)^2\} =$ কত? (১৪তম বিসিএস)

উ. $a^2 + b^2$

H.

- ✓ যদি $x + \frac{1}{x} = 2$ হয় তাহলে নিম্নের মান নির্ণয় করুন :

(i) $x^2 + \frac{1}{x^2} =$ কত? (ii) $x^3 + \frac{1}{x^3} =$ কত?

(iii) $x^4 + \frac{1}{x^4} =$ কত? (iv) $x^5 + \frac{1}{x^5} =$ কত?

(v) $x^n + \frac{1}{x^n} =$ কত? (vi) $\frac{x}{x^2 - x + 1} =$ কত?

Solve : এসব ক্ষেত্রে প্রথমে x এর মান বের করে নিলে কম সময় সমাধান করা যায়?

$x + \frac{1}{x} = 2$

বা, $\frac{x^2 + 1}{x} = 2$

বা, $x^2 + 1 = 2x$
 বা, $x^2 - 2x + 1 = 0$
 বা, $(x-1)^2 = 0$
 বা, $x-1 = 0$
 $\therefore x = 1$

(i) $x^2 + \frac{1}{x^2} = 1^2 + \frac{1}{1^2} = 2$

(ii) $x^3 + \frac{1}{x^3} = 1 + \frac{1}{1^3} = 2$

(iii) $x^4 + \frac{1}{x^4} = 1^4 + \frac{1}{1^4} = 2$

(iv) $x^5 + \frac{1}{x^5} = 1^5 + \frac{1}{1^5} = 2$

(v) $x^n + \frac{1}{x^n} = 1^n + \frac{1}{1^n} = 2$

(vi) $\frac{x}{x^2 - x + 1} = \frac{1}{1^2 - 1 + 1} = \frac{1}{1} = 1$

● নিজে করুন :

1. $x + \frac{1}{x} = 2$ হলে, $\frac{x}{x^2 + x - 1}$ এর মান নির্ণয় করুন।

2. $x - \frac{6}{x} = 1$ হলে, $\frac{6}{x^2 - x + 1}$ -এর মান কত?

3. $P + \frac{1}{P} = 3$ হলে, $P^4 + \frac{1}{P^4} =$ কত? উ. 47

উ. 1

উ. $-\left(\frac{6}{7}\right)$

ঘন এর সূত্রাবলি ও মান নির্ণয়

○ ঘন-এর সূত্র :

1. $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

2. $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

3. $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$

4. $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

5. $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$

$= \frac{1}{2}(a+b+c)\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\}$

○ ঘন-এর অনুসিদ্ধান্ত :

1. $a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$

2. $a^3 - b^3 = (a-b)^3 + 3ab(a-b)$

A.

✓ যদি $a + \frac{1}{a} = 2$ হয় তাহলে $a^3 + \frac{1}{a^3} =$ কত?

সমাধান :

$a^3 + \frac{1}{a^3} = (a + \frac{1}{a})^3 - 3 \cdot a \cdot \frac{1}{a} (a + \frac{1}{a})$
 $= (2)^3 - 3(2) = 8 - 6 = 2$

Short cut Method :

যদি $a + \frac{1}{a} = n$ হয়, তবে $a^3 + \frac{1}{a^3}$ এর মান নির্ণয় করার জন্য $n^3 - 3n = [(মান)^3 - 3 \times মান]$ সূত্র প্রয়োগ করুন। $x + \frac{1}{x}$ -এ x এর পরিবর্তে a, y, m ইত্যাদি থাকতে পারে।

Solve: $a^3 + \frac{1}{a^3} = n^3 - 3n = (2)^3 - 3 \times 2 = 2$

✓ 1. $x + y = 2$ এবং $x^2 + y^2 = 4$ হলে, $x^3 + y^3$ এর মান নির্ণয় করুন।

সমাধান : $x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy$

বা, $4 = 2^2 - 2xy$

বা, $xy = 0$

$\therefore x^3 + y^3 = (x+y)^3 - 3xy(x+y)$
 $= 2^3 - 0 = 8$

✓ 2. $(x - \frac{1}{x})^2 = 3$ হলে, $x^3 + \frac{1}{x^3} =$ কত?

শর্ট টেকনিক : (প্রদত্ত মান)³ + 3 × প্রদত্ত মান

$= (\sqrt{3})^3 + 3 \times \sqrt{3}$

$= 6\sqrt{3}$

সমাধান : $(x - \frac{1}{x})^2 = 3$

বা, $x - \frac{1}{x} = \sqrt{3}$

$\therefore x^3 - \frac{1}{x^3} = (x - \frac{1}{x})^3 + 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} (x - \frac{1}{x})$

$= (\sqrt{3})^3 + 3\sqrt{x}$

$= 3\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$

✓ 3. $x = \sqrt{3} - \frac{1}{x}$ হলে, $x^3 + \frac{1}{x^3}$ -এর মান নির্ণয় করুন।

সমাধান :

দেওয়া আছে, $x = \sqrt{3} - \frac{1}{x}$

বা, $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$

$\therefore x^3 + \frac{1}{x^3} = (x + \frac{1}{x})^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} (x + \frac{1}{x})$

$= (\sqrt{3})^3 - 3\sqrt{3} = 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 0$

● নিজে করুন :

✓ 1. যদি $a + \frac{1}{a} = 3$ হয় তাহলে $a^3 + \frac{1}{a^3} =$ কত? উ. 18

✓ 2. যদি $x + \frac{1}{x} = 5$ হয় তাহলে $x^3 + \frac{1}{x^3}$ এর মান কত?

উ. 110

✓ 3. যদি $a + \frac{1}{a} = \sqrt{3}$ হয় তাহলে $a^3 + \frac{1}{a^3} =$ কত? উ. 0

✓ 4. $x + \frac{1}{x} = \sqrt{5}$ হলে, $x^3 + \frac{1}{x^3} =$ কত? উ. $2\sqrt{5}$

✓ 5. $x + y = 5, xy = 6$ হলে, $x^3 + y^3 =$ কত? উ. 35

✓ 6. $a + b = 5, ab = 3$ হলে $a^3 + b^3 =$ কত? উ. 80

B.

✓ $a - \frac{1}{a} = 2$ হলে $a^3 - \frac{1}{a^3}$ এর মান কত?

সমাধান :

$a^3 - \frac{1}{a^3} = (a - \frac{1}{a})^3 + 3 \cdot a \cdot \frac{1}{a} (a - \frac{1}{a})$

$= (2)^3 + 3(2) = 8 + 6 = 14$

Short cut Method :

যদি $a - \frac{1}{a} = n$ হয়, তবে $a^3 - \frac{1}{a^3}$ এর মান নির্ণয় করার জন্য $n^3 + 3n$

$[(\text{মান})^3 + 3 \times \text{মান}]$ সূত্র প্রয়োগ করুন। $x - \frac{1}{x}$ -এ x এর পরিবর্তে a, y, m ইত্যাদি থাকতে পারে।

Solve: $a^3 - \frac{1}{a^3} = n^3 + 3n = (2)^3 + 3 \times 2 = 2$

● নিজে করুন :

1. যদি $a - \frac{1}{a} = 3$ হলে $a^3 - \frac{1}{a^3} =$ কত? উ. 36
2. যদি $x - \frac{1}{x} = 4$ হয় তাহলে $x^3 - \frac{1}{x^3}$ এর মান কত? উ. 76
3. $x - \frac{1}{x} = \sqrt{5}$ হলে, $x^3 - \frac{1}{x^3} =$ কত? উ. $8\sqrt{5}$
4. $x - y = 4$ এবং $xy = 0$ হলে, $x^3 - y^3 =$ কত? উ. 64
5. $m - n = x$ এবং $mn = 6x^2$ হলে, $m^3 - n^3 =$ কত? উ. $19x^3$
6. $x - \frac{1}{x} = p$ হলে, $x^3 - \frac{1}{x^3}$ এর মান নির্ণয় করুন। উ. $p^3 + 3p$

C.

☑ $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ হলে, $x^3 + \frac{1}{x^3}$ এর মান কত?

$$x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}(\sqrt{3} - \sqrt{2})}$$

$$= \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{(\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3})^2}$$

$$= \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

$$= 2\sqrt{3}$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= (2\sqrt{3})^3 - 3 \cdot 2 \cdot \sqrt{3}$$

$$= 8 \cdot 3\sqrt{3} - 6\sqrt{3} = 24\sqrt{3} - 6\sqrt{3} = 18\sqrt{3}$$

Short cut Method :

যদি $x = \sqrt{a} + \sqrt{b}$ হয়, তবে $x^3 + \frac{1}{x^3}$ এর মান নির্ণয় করার জন্য

$[(2 \times \text{বড় মান})^3 - 3(2 \times \text{বড় মান})]$ সূত্র, আবার $x^3 - \frac{1}{x^3}$ এর মান

নির্ণয় করার জন্য $[(2 \times \text{ছোট মান})^3 + 3(2 \times \text{ছোট মান})]$ সূত্র প্রয়োগ

করুন। ধরি, a বড় মান এবং b ছোট মান। $x^3 + \frac{1}{x^3}$ -এ x এর

পরিবর্তে a, y, m ইত্যাদি থাকতে পারে।

প্রয়োগ-১: যদি $x = \sqrt{3} + \sqrt{5}$ হয়, তাহলে $x^3 + \frac{1}{x^3}$ এর মান কত?

Solve: $x^3 + \frac{1}{x^3} = [(2 \times \text{বড় মান})^3 - 3(2 \times \text{বড় মান})]$

$$= [(2 \times \sqrt{5})^3 - 3(2 \times \sqrt{5})]$$

$$= 8 \times 5\sqrt{5} - 6\sqrt{5}$$

$$= 40\sqrt{5} - 6\sqrt{5} = 34\sqrt{5}$$

প্রয়োগ-২: $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ হলে, $x^3 - \frac{1}{x^3}$ এর মান কত?

Solve: $x^3 - \frac{1}{x^3} = [(2 \times \text{ছোট মান})^3 + 3(2 \times \text{ছোট মান})]$

$$= [(2 \times \sqrt{2})^3 + 3(2 \times \sqrt{2})]$$

$$= 8 \times 2 \times \sqrt{2} + 6\sqrt{2}$$

$$= 16\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = 22\sqrt{2}$$

● নিজে করুন :

1. যদি $p = \sqrt{2} + \sqrt{7}$ হয়, তাহলে $p^3 + \frac{1}{p^3}$ এর মান কত? উ. $50\sqrt{7}$
2. যদি $m = \sqrt{6} + \sqrt{5}$ হয়, তাহলে $m^3 + \frac{1}{m^3}$ এর মান কত? উ. $42\sqrt{6}$

E.

☑ যদি $a+b = 2$, $ab = 1$ হয়, তবে a এবং b এর মান যথাক্রমে—

প্রচলিত সমাধান : দেয়া আছে,

$$a+b = 2 \dots\dots\dots(i)$$

$$\text{or, } (a+b)^2 = 4$$

$$\text{or, } (a-b)^2 + 4ab = 4$$

$$\text{or, } (a-b)^2 + 4 \cdot 1 = 4 \quad (\because ab = 1)$$

$$\text{or, } (a-b)^2 = 0$$

$$\therefore a-b = 0 \dots\dots\dots(ii)$$

(i)+(ii) হতে পাই

$$2a = 2$$

$$\therefore a = 1 \therefore b = 1$$

Short cut Method :

এসব সমস্যা দ্রুত সমাধান করতে হলে নিচের option গুলোতে জোড়া মান দেখতে হবে। ঐ মানগুলোর মধ্যে যে জোড়াদুটি গুণ করলে গুণফল ab এর মানের সমান হবে সেই option টি হবে সঠিক উত্তর। অনুরূপ ভাবে, $a + b$ -এর মান হবে নিচের যে কোন জোড়ার যোগফলের সমান।

$a b = 1$ হতে হবে -

(a) $0 \times 2 = 0$ গ্রহণীয় নয়

(b) $1 \times 1 = 1$ গ্রহণীয় হতে পারে

(c) $(-1) \times 3 = -3$ গ্রহণীয় নয়

(d) $(-3) \times (-4) = 12$ গ্রহণীয় নয়

উপোরক্ত তথ্য থেকে স্পষ্ট যে, প্রশ্নে option গুলোর মধ্যে

(b) সঠিক উত্তর।

● নিজে করুন :

1. a এবং b এর মান কত হলে $a + b = 7$ এবং $ab = 10$ হবে? [5,2]

বিবিধ কিছু গুরুত্বপূর্ণ সমাধান

1. যদি $a + b + c = 9$ এবং $a^2 + b^2 + c^2 = 5$ হয় তাহলে $ab + bc + ca$ এর মান কত?

Solve: $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$

Or, $9^2 = 5 + 2(ab + bc + ca)$

Or, $81 - 5 = 2(ab + bc + ca)$

Or, $ab + bc + ca = \frac{76}{2}$

∴ $ab + bc + ca = 38$

2. $x^2 - 8x - 8y + 16 + y^2$ এর সাথে কত যোগ করলে যোগফল একটি পূর্ণবর্গ হবে।

Solve: $x^2 - 8x - 8y + 16 + y^2$
 $= x^2 + y^2 + (-4)^2 + 2xy + 2y(-4) + 2(-4)x - 2xy$
 $= (x + y - 4)^2 - 2xy$
 অর্থাৎ $2xy$ যোগ করলে যোগফল পূর্ণবর্গ হবে।

3. $a + b = 2$ হলে $a^3 + b^3 + 6ab =$ কত?

Solve: $a^3 + b^3 + 6ab = (a + b)^3 - 3ab(a + b) + 6ab$
 $= (2)^3 - 3ab(2) + 6ab = 8$

4. $a + b + c = 0$ হলে $a^3 + b^3 + c^3 =$ কত?

Solve: দেওয়া আছে, $a + b + c = 0$

বা, $a + b = -c$

বা, $(a + b)^3 = (-c)^3$

বা, $a^3 + b^3 + 3ab(a + b) = -c^3$

বা, $a^3 + b^3 + 3ab(-c) = -c^3$ [$a + b = -c$]

বা, $a^3 + b^3 - 3abc = -c^3$

বা, $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

5. $x^3 - y^3 = 513$ এবং $x - y = 3$ হলে $xy =$ কত?

Solve: $x^3 - y^3 = (x - y)^3 + 3xy(x - y)$

বা, $513 = (3)^3 + 3xy(3)$

বা, $9xy = 513 - 27$

বা, $xy = \frac{486}{9} = 54$

6. $(p + \frac{1}{p})^2 = 3$ হলে $p^3 + \frac{1}{p^3}$ এর মান কত?

Solve: দেওয়া আছে, $(p + \frac{1}{p})^2 = 3$

বা, $p + \frac{1}{p} = \sqrt{3}$

∴ $p^3 + \frac{1}{p^3} = (\sqrt{3})^3 - 3\sqrt{3} = 0$

7. $\frac{x^2}{y^2} + \frac{2x}{y}$ এর সাথে কত যোগ করলে সংখ্যাটি পূর্ণবর্গ হবে?

Solve: $\frac{x^2}{y^2} + \frac{2x}{y}$

$= (\frac{x}{y})^2 + 2 \cdot (\frac{x}{y}) \cdot 1 + 1^2 - 1$

$= (\frac{x}{y} + 1)^2 - 1$

অর্থাৎ, 1 যোগ করলে উক্ত মানটি পূর্ণবর্গ হবে।

8. $x + y + z = 15$ এবং $x^2 + y^2 + z^2 = 83$ হলে, $xy + yz + zx$ এর মান কত?

Solve:

$xy + yz + zx = \frac{(x + y + z)^2 - (x^2 + y^2 + z^2)}{2}$
 $= \frac{(15)^2 - 83}{2} = \frac{225 - 83}{2} = 71$

9. $a + b + c = 10$ এবং $a^2 + b^2 + c^2 = 38$ হলে, $(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2$ এর মান কত?

Solve:

$ab + bc + ca = \frac{(a + b + c)^2 - (a^2 + b^2 + c^2)}{2}$
 $= \frac{10^2 - 38}{2} = \frac{100 - 38}{2} = 31$

∴ $(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2$
 $= 2(a^2 + b^2 + c^2) - 2(ab + bc + ca)$
 $= 2 \times 38 - 2 \times 31 = 76 - 62 = 14$

10. $a + b = c$ হলে, $a^3 + b^3 + 3abc =$ কত?

যুক্তি: $a^3 + b^3 + 3abc$

$= (a + b)^3 - 3ab(a + b) + 3abc$

$= c^3 - 3abc + 3abc$

$= c^3$

11. $x + y = 2$ এবং $y = 3x - 2$ হলে, x ও y এর মান হবে যথাক্রমে—

যুক্তি: $x + y = 2$

বা, $x = 2 - y$ (i)

এবং $y = 3x - 2$ (ii)

বা, $y = 3(2 - y) - 2$ (x এর মান বসিয়ে পাই)

বা, $y = 6 - 3y - 2$

বা, $y = 4 - 3y$

বা, $4y = 4$

$y = 1$

এখন y এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

বা, $x = 2 - 1$

∴ $x = 1$

∴ x ও $y = 1, 1$

12. $a = 8, b = 6, x = \frac{1}{2}$ এবং $y = 4$ হলে, $ax + 2b - 2xy$ এর মান কত?

যুক্তি: $ax + 2b - 2xy$

$= 8 \times \frac{1}{2} + 2 \times 6 - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4$

$= 4 + 12 - 4$

$= 12$

13. $a + b = 7$ এবং $ab = 10$ হলে, $a^2 + b^2 + 3ab =$ কত?

যুক্তি: $a^2 + b^2 + 3ab$

$= (a + b)^2 - 2ab + 3ab$

$= (a + b)^2 + ab = 7^2 + 10$

$= 49 + 10 = 59$

14. $x^2 + \frac{1}{x^2}$ এর নিম্নোক্ত কোন মানের জন্য $x^3 - \frac{1}{x^3} = 0$ হবে?

যুক্তি: $x^3 - \frac{1}{x^3} = (x - \frac{1}{x})^3 + 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} (x - \frac{1}{x}) = 0$

$$= (x - \frac{1}{x}) \{ (x - \frac{1}{x})^2 + 3 \} = 0$$

$$\therefore x - \frac{1}{x} = 0 \text{ এবং } (x - \frac{1}{x})^2 + 3 \neq 0$$

$$\text{বা, } (x - \frac{1}{x})^2 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + \frac{1}{x^2} = 2$$

$$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = 2 \text{ এর মানের জন্য } x^3 + \frac{1}{x^3} = 0$$

15. $x - y = 10$, $xy = 5$ হলে, $(x + y)^2 =$ কত?

$$\text{যুক্তি: } (x + y)^2 = (x - y)^2 + 4xy = (10)^2 + 4 \cdot 5 = 100 + 20 = 120$$

16. $3(3x - 4) = 2(4x - 3)$ কে সমাধান করলে x এর মান হবে—

$$\text{যুক্তি: } 3(3x - 4) = 2(4x - 3)$$

$$\Rightarrow 9x - 12 = 8x - 6$$

$$\Rightarrow 9x - 8x = -6 + 12$$

$$\Rightarrow x = 6$$

17. $a = \frac{1}{2}$ হলে, $(2a + 1)(4a^2 - 2a + 1)$ এর মান কত?

$$\begin{aligned} \text{যুক্তি: } & (2a + 1)(4a^2 - 2a + 1) \\ &= (2a)^3 + 1 = (2 \cdot \frac{1}{2})^3 + 1 \\ &= 1 + 1 = 2 \end{aligned}$$

18. $x - y = 7$ এবং $xy = 15$ হলে, $(x^2 + y^2)(x^3 - y^3)$ এর মান বের করুন।

$$\begin{aligned} \text{যুক্তি: } & (x^2 + y^2)(x^3 - y^3) \\ &= \{(x - y)^2 + 2xy\} \{(x - y)^3 + 3xy(x - y)\} \\ &= \{49 + 30\} \{343 + 3 \cdot 7 \cdot 15\} \\ &= 79 \times 658 = 51982 \end{aligned}$$

সরল করুন :

19. $(2x + y)^3 + 3(2x + y)^2(2x - y) + 3(2x + y)(2x - y)^2 + (2x - y)^3$

$$\begin{aligned} \text{যুক্তি: } & \text{ধরি, } 2x + y = p \text{ এবং } 2x - y = q \quad (a+b)^3 = a^3 + 3ab^2 + 3a^2b + b^3 \\ & \text{প্রদত্ত রাশি হতে, } p^3 + 3p^2q + 3pq^2 + q^3 \\ &= (p+q)^3 = (2x+y+2x-y)^3 = (4x)^3 = 64x^3 \end{aligned}$$

20. $(a + b + c)^3 - (a - b - c)^3 - 6(b + c)(a^2 - (b + c)^2)$

ক) $6(b^3 + 3b^2c + 3bc^2 + c^3)$

খ) $5(b^3 + 3b^2c + 3bc^2 + c^3)$

গ) $7(b^3 + 3b^2c + 3bc^2 + c^3)$

ঘ) $8(b^3 + 3b^2c + 3bc^2 + c^3)$

$$\begin{aligned} \text{যুক্তি: } & (a+b+c)^3 - (a-b-c)^3 - 6(b+c)(a^2 - (b+c)^2) \\ &= (a+b+c)^3 - (a-b-c)^3 - 3(a+b+c)(a-b-c) \\ & \quad \{a+b+c-a+b+c\} + \\ &= (a+b+c-a+b+c)^3 \\ &= \{2(b+c)\}^3 = 8(b^3 + 3b^2c + 3bc^2 + c^3) \end{aligned}$$

21. $x + y = 36$ এবং $x - y = 12$ হলে, x এর মান কত?

$$\text{যুক্তি: } x + y = 36$$

$$x - y = 12$$

$$2x = 48$$

$$\therefore x = 24$$

প্রাথমিক চার নিয়ম (যোগ, বিয়োগ, গুণ, ভাগ)

1. $a - \{a - (a + 1)\}$ এর মান কত? [15তম বিসিএস]

$$\begin{aligned} \text{যুক্তি: } & a - \{a - (a + 1)\} \\ &= a - \{a - a - 1\} \\ &= a - \{-1\} \\ &= a + 1 \end{aligned}$$

2. $\frac{0.001}{0.1 \times 0.1} =$ কত?

$$\text{সমাধান: } \frac{.001}{.1 \times .1}$$

$$= \frac{.001}{.01}$$

$$= .01$$

$$= \frac{1}{100}$$

$$= \frac{1}{100} = 0.01$$

$$= \frac{1}{100} = 0.01$$

$$= \frac{1}{100} = 0.01$$

3. $x - [x - \{(x + 1)\}]$ এর মান কত? [19তম বিসিএস]

$$\begin{aligned} \text{যুক্তি: } & a - \{a - (a - 1)\} \\ &= a - \{a - a + 1\} \\ &= a - 1 \end{aligned}$$

5. $x - [x - \{x - (x + 1)\}]$ [19তম বিসিএস]

$$\begin{aligned} \text{যুক্তি: } & x - [x - \{x - (x + 1)\}] \\ &= x - [x - \{x - x - 1\}] \\ &= x - [x - \{-1\}] \\ &= x - [x + 1] \\ &= x - x - 1 = -1 \end{aligned}$$

6. $a - [2b - \{3c - (a - 2b + 3c)\}] =$ কত?

$$\begin{aligned} \text{যুক্তি: } & a - [2b - \{3c - (a - 2b + 3c)\}] \\ &= a - [2b - \{3c - a + 2b - 3c\}] \\ &= a - [2b - 3c + a - 2b + 3c] \\ &= a - 2b + 3c - a + 2b - 3c \\ &= 0 \end{aligned}$$

নিজে করুন :

[2 - 3(2 - 3)^{-1}]^{-1} এর মান কত? [10তম বিসিএস]

$$\text{উ. } (\frac{1}{5})$$

2. $a = 1, b = -1, c = 2, d = -2$ হলে, $a - (b) - (-c) - (-d)$ এর মান কত? উ. 0

3. $0.000001 \times 100000 =$ কত?

$$\text{উ. } (0.1)$$

4. $\frac{0.1 \times 0.01 \times 0.001}{.2 \times 0.02 \times 0.002}$ এর মান কত? [10তম বিসিএস]

$$\text{উ. } (\frac{1}{8})$$

5. $-2 + (-2) - \{-(-2)\} - 2$ এর মান কত? উ. -4

6. $a - [a - \{a - (a - 1)\}] = ?$ উ. 1

7. $a - [2b - \{3c - (a - 2b + 3c)\}]$ উ. 0

8. $-2 + (-2) - \{-(-2)\} - 2$ এর মান কত? উ. -4

নিজে করুন :

1. $x + y = 2$, $x^2 + y^2 = 4$ হলে $x^3 + y^3 =$ কত? [৩৪তম বিসিএস] উ. ৪
2. $\frac{x}{y}$ এর সঙ্গে কত যোগ করলে যোগফল $\frac{2y}{x}$ হবে? [৩৩তম বিসিএস] উ. $\frac{2y^2 - x^2}{xy}$
3. $x^2 - 8x - 8y + 16 + y^2$ এর সঙ্গে কত যোগ করলে যোগফল একটি পূর্ণবর্গ হবে? [৩২তম, ২৬তম, ১২তম বিসিএস] উ. $2xy$ / *Ans Problem*
4. $x - \frac{1}{x} = 7$ হলে $x^3 + \frac{1}{x^3}$ এর মান কত? [৩২তম বিসিএস] উ. 364
5. যদি $a^2 + \frac{1}{a^2} = 51$ হয় তবে $a - \frac{1}{a}$ এর মান কত? [৩১তম বিসিএস] উ. ± 7

বহুপদী উৎপাদক

সরল বীজগাণিতিক সূত্র সম্পর্কিত সমাধানসহ কিছু সমস্যা:

1. $a^4 + 4$ এর উৎপাদক কী কী?
Solve: $a^4 + 4 = (a^2)^2 + (2)^2 = (a^2 + 2)^2 - 2 \cdot a^2 \cdot 2 = (a^2 + 2)^2 - (2a)^2 = (a^2 + 2a + 2)(a^2 - 2a + 2)$
2. $(a - 2b)^3$ -এর উৎপাদক নির্ণয় করুন।
Solve: $(a - 2b)^3 = a^3 - 3 \cdot a^2 \cdot 2b + 3 \cdot a(2b)^2 - (2b)^3 = a^3 - 6a^2b + 12ab^2 - 8b^3$
3. $4x^4 + 1$ -কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন।
Solve: $4x^4 + 1 = (2x^2)^2 + (1)^2 = (2x^2 + 1)^2 - 2 \cdot 2x^2 \cdot 1 = (2x^2 + 1)^2 - 4x^2 = (2x^2 + 1)^2 - (2x)^2 = (2x^2 + 1 + 2x)(2x^2 + 1 - 2x) = (2x^2 + 2x + 1)(2x^2 - 2x + 1)$
4. $(a - b)^3 + (b - c)^3 + (c - a)^3$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন।
Solve: $(a - b)^3 + (b - c)^3 + (c - a)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 + b^3 - 3b^2c + 3bc^2 - c^3 + c^3 - 3c^2a + 3ca^2 - a^3 = 3\{ab^2 - a^2b - b^2c + bc^2 - c^2a + ca^2\} = 3(a - b)(b - c)(c - a)$
5. $x^2 - y^2 + 2y - 1$ এর উৎপাদক?
Solve: $x^2 - y^2 + 2y - 1 = x^2 - (y^2 - 2y + 1) = x^2 - (y - 1)^2 = (x + y - 1)(x - y + 1)$
6. $x^2 - 2ax + (a + b)(a - b)$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন।
Solve: $x^2 - 2ax + (a + b)(a - b) = x^2 - 2ax + a^2 - b^2 = (x - a)^2 - b^2 = (x - a + b)(x - a - b)$

7. $x^2 - 1 - y(y - 2)$ এর উৎপাদক কত?
Solve: $x^2 - 1 - y(y - 2) = x^2 - 1 - y^2 + 2y = x^2 - (y^2 - 2y + 1) = x^2 - (y - 1)^2 = (x + y - 1)(x - y + 1)$
 8. $x^6 - y^6$ -এর উৎপাদক?
Solve: $x^6 - y^6 = (x^3)^2 - (y^3)^2 = (x^3 - y^3)(x^3 + y^3) = (x - y)(x^2 + xy + y^2)(x + y)(x^2 - xy + y^2) = (x - y)(x + y)(x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2)$
[Ans]
 9. $a^2 - b^2 + 4bc - 4c^2$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন।
Solve: $a^2 - (b^2 - 4bc + 4c^2) = a^2 - (b - 2c)^2 = (a + b - 2c)(a - b + 2c)$
 10. $a^3 - 8$ এর উৎপাদক?
Solve: $a^3 - 8 = (a^3 - 2^3) = (a - 2)\{a^2 + 2a + (2)^2\} = (a - 2)(a^2 + 2a + 4)$
 11. $(x - 1)^2 - 25$ -এর উৎপাদক কত?
Solve: $(x - 1)^2 - 25 = (x - 1)^2 - (5)^2 = (x - 1 + 5)(x - 1 - 5) = (x + 4)(x - 6)$
 12. $1 - 8a^3$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন।
Solve: $1 - 8a^3 = 1^3 - (2a)^3 = (1 - 2a)\{1^2 + 1 \cdot 2a + (2a)^2\} = (1 - 2a)(1 + 2a + 4a^2)$
 13. $a^3 + 1$ -এর উৎপাদক?
Solve: $a^3 + 1 = (a + 1)(a^2 - a + 1)$
- মধ্যপদ-তত্ত্ব সম্পর্কিত কিছু সমস্যা:
1. $2x^2 + x - 15$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন।
Solve: $2x^2 + x - 15 = 2x^2 + 6x - 5x - 15 = 2x(x + 3) - 5(x + 3) = (x + 3)(2x - 5)$
 2. $-4a^2 + 23a + 6$ এর উৎপাদক?
Solve: $-4a^2 + 23a + 6 = -4a^2 + 24a - a + 6 = -4a(a - 6) - 1(a - 6) = (a - 6)(-4a - 1) = (6 - a)(4a + 1)$
 3. $2x^2 - 5x - 7$ এর উৎপাদক?
Solve: $2x^2 - 5x - 7 = 2x^2 - 7x + 2x - 7 = x(2x - 7) + 1(2x - 7) = (2x - 7)(x + 1)$
 4. $2x^2 - x - 3$ এর উৎপাদক?
Solve: $2x^2 - x - 3 = 2x^2 - 3x + 2x - 3 = x(2x - 3) + 1(2x - 3) = (2x - 3)(x + 1)$
 5. $3x^2 - 7x - 6$ এর উৎপাদক?
Solve: $3x^2 - 7x - 6 = 3x^2 - 9x + 2x - 6 = 3x(x - 3) + 2(x - 3) = (x - 3)(3x + 2)$ [Ans]
 6. $x^2 - x - 2$ এর একটি উৎপাদক?
Solve: $x^2 - x - 2 = x^2 - 2x + x - 2 = (x - 2)(x + 1)$

7. $(x - y)(y + 3)$ কোন রাশির উৎপাদক?

Solve: $(x - y)(y + 3)$
 $= xy - y^2 + 3x - 3y$

8. $x^2 - 7x + 12 =$ কত?

Solve: $x^2 - 7x + 12$
 $= x^2 - 4x - 3x + 12$
 $= x(x - 4) - 3(x - 4)$
 $= (x - 4)(x - 3)$ [Ans]

9. $4x^4 - 25x^2 + 36 =$ কত?

Solve: $4x^4 - 25x^2 + 36$
 $= 4x^4 - 16x^2 - 9x^2 + 36$
 $= 4x^2(x^2 - 4) - 9(x^2 - 4)$
 $= (x^2 - 4)(4x^2 - 9) = (x + 2)(x - 2)\{(2x)^2 - 3^2\}$
 $= (x + 2)(x - 2)(2x + 3)(2x - 3)$

10. $x^2 - 3x - 10$ এর সঠিক উৎপাদক?

Solve: $x^2 - 3x - 10$
 $= x^2 - 5x + 2x - 10$
 $= x(x - 5) + 2(x - 5)$
 $= (x - 5)(x + 2)$

11. $x^2 - x - 12$ এর উৎপাদক কত?

Solve: $x^2 - x - 12$
 $= x^2 - 4x + 3x - 12$
 $= x(x - 4) + 3(x - 4)$
 $= (x - 4)(x + 3)$

12. $x^4 + x^2 - 20$ এর উৎপাদক কত?

Solve: $x^4 + 5x^2 - 4x^2 - 20$
 $= x^2(x^2 + 5) - 4(x^2 + 5)$
 $= (x^2 + 5)(x^2 - 4)$
 $= (x^2 + 5)(x^2 - 2^2)$
 $= (x^2 + 5)(x + 2)(x - 2)$

ভাগশেষ প্রক্রিয়া সম্পর্কিত কিছু সমস্যা :

1. $x^3 - x - 6$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন।

Solve: ধরি, $f(x) = x^3 - x - 6$
 প্রদত্ত রাশিতে $x = 2$ বসালে $f(x)$ -এর মান শূন্য হবে।
 $\therefore (x - 2)$, $f(x)$ -এর একটি উৎপাদক।

এখন, $x^3 - x - 6$
 $= x^3 - 2x^2 + 2x^2 - 4x + 3x - 6$
 $= x^2(x - 2) + 2x(x - 2) + 3(x - 2)$
 $= (x - 2)(x^2 + 2x + 3)$

2. $x^3 - 3x^2 + 4x - 4$ এর একটি উৎপাদক?

Solve: ধরি, $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x - 4$
 প্রদত্ত রাশিতে $x = 2$ বসালে $f(x) = 0$ হবে।
 $\therefore (x - 2)$ হলো $f(x)$ এর একটি উৎপাদক।

এখন, $x^3 - 3x^2 + 4x - 4$
 $= x^3 - 2x^2 - x^2 + 2x + 2x - 4$
 $= x^2(x - 2) - x(x - 2) + 2(x - 2)$
 $= (x - 2)(x^2 - x + 2)$

3. $x^3 - 7xy^2 - 6y^3$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন।

Solve: ধরি, $f(x) = x^3 - 7xy^2 - 6y^3$
 প্রদত্ত রাশিতে $x = -y$ বসালে $f(x)$ -এর মান শূন্য হবে।
 $\therefore (x + y)$, $f(x)$ -এর একটি উৎপাদক।

এখন, $x^3 - 7xy^2 - 6y^3$
 $= x^3 + x^2y - x^2y - xy^2 - 6xy^2 - 6y^3$
 $= x^2(x + y) - xy(x + y) - 6y^2(x + y)$

$= (x + y)(x^2 - xy - 6y^2)$
 $= (x + y)(x^2 - 3xy + 2xy - 6y^2)$
 $= (x + y)(x - 3y)(x + 2y)$

4. $a^3 - 21a - 20$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন।

Solve: ধরি, $f(a) = a^3 - 21a - 20$
 প্রদত্ত রাশিতে $a = -1$ বসালে $f(a)$ -এর মান শূন্য হবে।
 $\therefore (a + 1)$, $f(a)$ এর একটি উৎপাদক।

এখানে, $a^3 - 21a - 20$
 $= a^3 + a^2 - a^2 - a - 20a - 20$
 $= a^2(a + 1) - a(a + 1) - 20(a + 1)$
 $= (a + 1)(a^2 - a - 20)$
 $= (a + 1)(a^2 - 5a + 4a - 20)$
 $= (a + 1)\{a(a - 5) + 4(a - 5)\}$
 $= (a + 1)(a - 5)(a + 4)$

5. $2x^4 - 5x^3 + 6x^2 - 5x + 2$ এর উৎপাদক?

Solve: ধরি, $f(x) = 2x^4 - 5x^3 + 6x^2 - 5x + 2$
 প্রদত্ত রাশিতে $x = 1$ বসালে $f(x)$ -এর মান শূন্য হবে।
 $\therefore (x - 1)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক।

এখানে, $2x^4 - 5x^3 - 6x^2 + 5x + 2$
 $= 2x^4 - 2x^3 - 3x^3 + 3x^2 + 3x^2 - 3x - 2x + 2$
 $= 2x^3(x - 1) - 3x^2(x - 1) + 3x(x - 1) - 2(x - 1)$
 $= (x - 1)(2x^3 - 3x^2 + 3x - 2)$
 $= (x - 1)(2x^3 - 2x^2 - x^2 + x + 2x - 2)$
 $= (x - 1)\{2x^2(x - 1) - x(x - 1) + 2(x - 1)\}$
 $= (x - 1)(x - 1)(2x^2 - x + 2)$

6. $x^3 - 7x + 6$ এর উৎপাদক?

Solve: ধরি $f(x) = x^3 - 7x + 6$
 প্রদত্ত রাশিতে $x = 1$ বসালে $f(x) = 0$ হবে।
 $\therefore (x - 1)$ হলো $f(x)$ -এর একটি উৎপাদক।

এখন, $x^3 - 7x + 6 = x^3 - x^2 + x^2 - x - 6x + 6$
 $= x^2(x - 1) + x(x - 1) - 6(x - 1)$
 $= (x - 1)(x^2 + x - 6)$
 $= (x - 1)(x + 3)(x - 2)$

7. $x^3 + 3x + 36$ এর উৎপাদক?

Solve: ধরি, $f(x) = x^3 + 3x + 36$
 প্রদত্ত রাশিতে $x = -3$ বসালে $f(x) = 0$ হবে।
 $\therefore (x + 3)$ হলো $f(x)$ এর একটি উৎপাদক।

এখন, $x^3 + 3x + 36$
 $= x^3 + 3x^2 - 3x^2 - 9x + 12x + 36$
 $= x^2(x + 3) - 3x(x + 3) + 12(x + 3)$
 $= (x + 3)(x^2 - 3x + 12)$

8. $a^4 - 4a + 3$ এর উৎপাদক?

Solve: ধরি, $f(a) = a^4 - 4a + 3$
 প্রদত্ত রাশিতে $a = 1$ বসালে $f(a) = 0$ হবে।
 $\therefore (a - 1)$ হলো $f(a)$ এর একটি উৎপাদক।

এখন, $a^4 - 4a + 3$
 $= a^4 - a^3 + a^3 - a^2 + a^2 - a - 3a + 3$
 $= a^3(a - 1) + a^2(a - 1) + a(a - 1) - 3(a - 1)$
 $= (a - 1)(a^3 + a^2 + a - 3)$
 $= (a - 1)(a^3 - a^2 + 2a^2 - 2a + 3a - 3)$
 $= (a - 1)\{a^2(a - 1) + 2a(a - 1) + 3(a - 1)\}$
 $= (a - 1)(a - 1)(a^2 + 2a + 3)$

9. $2a^3 - 3a^2 + 3a - 1$ এর উৎপাদক?

Solve: ধরি, $f(a) = 2a^3 - 3a^2 + 3a - 1$

প্রদত্ত রাশিতে $a = \frac{1}{2}$ বসালে $f(a) = 0$ হবে।

$\therefore a = \frac{1}{2}$ অর্থাৎ $(2a - 1)$ হলো $f(a)$ -এর একটি উৎপাদক।

$$\begin{aligned} \text{এখন, } 2a^3 - 3a^2 + 3a - 1 &= 2a^3 - a^2 - 2a^2 + a + 2a - 1 \\ &= a^2(2a - 1) - a(2a - 1) + 1(2a - 1) \\ &= (2a - 1)(a^2 - a + 1) \end{aligned}$$

10. $a^3 - 7a - 6$ এর উৎপাদক কত?

Solve: ধরি, $f(a) = a^3 - 7a - 6$

প্রদত্ত রাশিতে $a = -1$ বসালে $f(a) = 0$ হবে।

$\therefore (a + 1)$ হলো $f(a)$ -এর একটি উৎপাদক।

$$\begin{aligned} \text{এখন, } a^3 - 7a - 6 &= a^3 + a^2 - a^2 - a - 6a - 6 \\ &= a^2(a + 1) - a(a + 1) - 6(a + 1) \\ &= (a + 1)(a^2 - a - 6) \\ &= (a + 1)(a^2 - 3a + 2a - 6) \\ &= (a + 1)\{a(a - 3) + 2(a - 3)\} \\ &= (a + 1)(a - 3)(a + 2) \end{aligned}$$

11. $2x^2 - x - 3$ এর একটি উৎপাদক?

Solve: ধরি, $f(x) = 2x^2 - x - 3$

প্রদত্ত রাশিতে $x = -1$ ও $x = \frac{3}{2}$ বসালে $f(x) = 0$ হবে।

$\therefore (x + 1)$ ও $(2x - 3)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক।

$$\begin{aligned} \text{এখন, } 2x^2 - x - 3 &= x(2x - 3) + 1(2x - 3) = (2x - 3)(x + 1) \end{aligned}$$

12. $3a^3 + 2a + 5$ এর উৎপাদক?

Solve: ধরি, $f(a) = 3a^3 + 2a + 5$

প্রদত্ত রাশিতে $a = -1$ বসালে $f(a) = 0$ হবে।

$\therefore (a + 1)$ হলো $f(a)$ -এর একটি উৎপাদক।

$$\begin{aligned} \text{এখন, } 3a^3 + 2a + 5 &= 3a^3 + 3a^2 - 3a^2 - 3a + 5a + 5 \\ &= 3a^2(a + 1) - 3a(a + 1) + 5(a + 1) \\ &= (a + 1)(3a^2 - 3a + 5) \end{aligned}$$

●নিজে করুন :

- $-4a^2 + 23a + 6$ এর উৎপাদক কোনটি? $(6-a)(4a+1)$
- $2x^2 - 5x - 7$ এর উৎপাদক— উ. $(2x - 7)(x + 1)$
- $3x^2 - 7x - 6$ এর উৎপাদক— উ. $(3x + 2)(x - 3)$
- $x^2 - 10xy - 11y^2$ -এর উৎপাদক—
উ. $(x - 11y)(x + y)$
- $12x^2 + 7x - 10$ -এর উৎপাদক—
উ. $(4x + 5)(3x - 2)$

সরল সমীকরণ

1. $(a - 5)(x + a) = a^2 - 25$ (১০ম বিসিএস)

সমাধান : $(a - 5)(x + a) = a^2 - 25$

$$ax - 5x + a^2 - 5a = a^2 - 25$$

$$\text{বা, } x(a - 5) = 5a - 25$$

$$\text{বা, } x = \frac{5(a - 5)}{a - 5} = 5$$

2. কোন সংখ্যার চারগুণের সাথে 1 যোগ করলে যোগফল ঐ সংখ্যার 3 গুণ হতে 5 বেশি হবে?

ক) 2

গ) 3

খ) 1

ঘ) 4

সমাধান : ধরি, সংখ্যাটি x

$$\text{প্রশ্নমতে, } 4x + 1 = 3x + 5$$

$$\text{বা, } 4x - 3x = 5 - 1$$

$$\text{বা, } x = 4$$

3. $\frac{x + a}{b + c + 2a} + \frac{x + b}{c + a + 2b} + \frac{x + c}{a + b + 2c} = 3$

সমাধান :

$$\text{বা, } \frac{x + a}{b + c + 2a} - 1 + \frac{x + b}{c + a + 2b} - 1 + \frac{x + c}{a + b + 2c} - 1 = 0$$

$$\text{বা, } \frac{x + a - b - c - 2a}{b + c + 2a} + \frac{x + b - c - a - 2b}{c + a + 2b} + \frac{x + c - a - b - 2c}{a + b + 2c} = 0$$

$$\text{বা, } \frac{x - a - b - c}{b + c + 2a} + \frac{x - a - b - c}{c + a + 2b} + \frac{x - a - b - c}{a + b + 2c} = 0$$

$$\frac{1}{b + c + 2a} + \frac{1}{c + a + 2b} + \frac{1}{a + b + 2c} \neq 1$$

$$\text{বা, } x - a - b - c = 0$$

$$\therefore x = a + b + c$$

\therefore নির্ণেয় সমাধান, $x = (a + b + c)$

4. $\frac{x - a}{b} + \frac{x - b}{a} + \frac{x - 3a - 3b}{a + b} = 0$

সমাধান :

$$\text{বা, } \frac{x - a}{b} + \frac{x - b}{a} + \frac{x - 3(a + b)}{a + b} = 0$$

$$\text{বা, } \frac{x - a}{b} + \frac{x - b}{a} + \frac{x}{a + b} - 3 = 0$$

$$\text{বা, } \frac{x - a}{b} - 1 = \frac{x - b}{a} - 1 + \frac{x}{a + b} - 1 = 0$$

$$\text{বা, } \frac{x - a - b}{b} + \frac{x - b}{a} + \frac{x - a - b}{a + b} = 0$$

$$\frac{1}{b} + \frac{1}{a} + \frac{1}{a + b} \neq 0$$

$$\text{বা, } x - a - b = 0$$

$$\text{বা, } x = a + b$$

\therefore নির্ণেয় সমাধান, $x = (a + b)$

5. এক ব্যক্তি তার আয়ের $\frac{1}{3}$ অংশের পরিবর্তে $\frac{1}{4}$ অংশ ব্যয় করলে তার 200 টাকা কম খরচ হতো। তার আয় কত?

সমাধান : ধরি, তার আয় x

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{x}{3} - \frac{x}{4} = 200$$

$$\text{বা, } \frac{4x - 3x}{12} = 200$$

$$\text{বা, } x = 2400 \text{ টাকা।}$$

7. একটি বইয়ের মূল্য একটি কলমের মূল্য অপেক্ষা 7 টাকা কম এবং উক্ত বই ও কলমের মোট ক্রয়মূল্য 43 টাকা হলে বইটির মূল্য কত টাকা?

- (ক) 25 (খ) 20
(গ) 22 (ঘ) 18

সমাধান: ধরি, কলমের মূল্য = x
বইয়ের মূল্য = $x - 7$

প্রশ্নমতে, $x + x - 7 = 43$

বা, $2x = 43 + 7$

বা, $2x = 50$

বা, $x = \frac{50}{2}$

$\therefore x = 25$

\therefore বইয়ের মূল্য = $25 - 7 = 18$

8. দুই অংকবিশিষ্ট কোন সংখ্যার দশকের অংকের সাথে 3 যোগ করলে এবং এককের অংশ থেকে 2 বিয়োগ করলে প্রাপ্ত সংখ্যাটি মূল সংখ্যার তিনগুণ হয়?

সমাধান: দশকের অংক = y

এককের " = x

\therefore সংখ্যাটি = $10y + x$

প্রশ্নমতে, $10(y + 3) + (x - 2) = 3(10y + x)$

$\Rightarrow 10y + 30 + x - 2 = 30y + 3x$

$\Rightarrow -20y - 2x = -28$

$\Rightarrow -2(10y + x) = -28$

$\Rightarrow 10y + x = 14$

9. দুই অংক বিশিষ্ট একটি সংখ্যার এককের অংক দশকের অংক অপেক্ষা 3 বেশি। সংখ্যাটি অংকদ্বয়ের সমষ্টির তিনগুণ অপেক্ষা 8 বেশি। সংখ্যাটি কত?

- (ক) 20 (খ) 21
(গ) 25 (ঘ) 26

যুক্তি : দশক স্থানীয় অংক k

\therefore একক স্থানীয় অংক $k + 3$

\therefore সংখ্যাটি = $10k + k + 3 = 11k + 3$

প্রশ্নমতে, $11k + 3 = (k + k + 3)3 + 8$

বা, $11k + 3 = 3k + 3k + 9 + 8$

বা, $5k = 10$

বা, $k = 2$

\therefore সংখ্যাটি = $11 \times 2 + 3 = 25$

10. একটি প্রকৃত ভগ্নাংশের লব ও হরের অন্তর 2; লব ও হর উভয় হতে 5 বিয়োগ করলে যে ভগ্নাংশ হয়, তার সঙ্গে $\frac{1}{4}$ যোগ করলে যোগফল 1 হয়। ভগ্নাংশটি কত?

যুক্তি : ধরি লব = x \therefore হর = $x + 2$

ভগ্নাংশটি : $\frac{x}{x + 2}$

প্রশ্নমতে, $\frac{x - 5}{x + 2 - 5} + \frac{1}{4} = 1$

বা, $\frac{x - 5}{x - 3} = 1 - \frac{1}{4}$

বা, $\frac{x - 5}{x - 3} = \frac{3}{4}$

বা, $4x - 20 = 3x - 9$

বা, $x = 11$ \therefore ভগ্নাংশটি = $\frac{11}{13}$

11. দুই অংকবিশিষ্ট একটি সংখ্যাকে অংকদ্বয়ের গুণফল দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল হয় 3 এবং সংখ্যাটির সাথে 18 যোগ করলে অংকদ্বয় স্থান বিনিময় করে। সংখ্যাটি নির্ণয় করুন।

যুক্তি : মনে করি, এককের অংক y এবং দশকের অংক x

\therefore সংখ্যাটি = $10x + y$

\therefore স্থান পরিবর্তন করলে সংখ্যাটি দাঁড়ায় = $10y + x$

1ম শর্তমতে, $\frac{10x + y}{xy} = 3$

বা, $10x + y = 3xy$ ---- (i)

2য় শর্তমতে, $10x + y + 18 = 10y + x$

বা, $x - y = -2$

বা, $x = -2 + y$ ---- (ii)

(i) নং সমীকরণে x এর মান বসিয়ে পাই

$10(-2 + y) + y = 3y(-2 + y)$

বা, $-3y(y - 4) + 5(y - 4) = 0$

হয় $y = 4$ অথবা $y = -\frac{5}{3}$

$\therefore y = 4$

y এর মান (ii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই -

$x = -2 + 4$ $x = 2$

\therefore সংখ্যাটি = $10x + y = 24$

12. যদি দুই অংক বিশিষ্ট কোন সংখ্যার অংকদ্বয়ের সমষ্টি 9; অংক দুটি স্থান বিনিময় করলে যে সংখ্যা পাওয়া যায়, তা প্রদত্ত সংখ্যা হতে 85 কম। সংখ্যাটি কত হবে?

যুক্তি : মনে করি, এককের অংক x

দশকের " = $9 - x$

সংখ্যাটি = $10 \times$ দশকের অংক + এককের অংক

= $10(9 - x) + x$

= $90 - 10x + x = 90 - 9x$

অংকদ্বয় স্থান বিনিময় করলে,

$10 \times x + 9 - x$

= $10x - x + 9 = 9x + 9$

শর্তানুসারে, $90 - 9x = 9x + 9 + 85$

বা, $9x - 9x = 58 - 90$

বা, $18x = -32$

$x = 2$

\therefore সংখ্যাটি = $90 - 9 \times 2 = 72$

নিজে করুন

- কোন একটি সংখ্যার অর্ধেকের সাথে 6 যোগ করলে যে উত্তর পাওয়া যায় সংখ্যাটির দ্বিগুণ থেকে 21 বিয়োগ করলে একই ফল পাওয়া যায়। সংখ্যাটি কত? উ. 18
- ছয়টি পরপর (consecutive) সংখ্যা দেয়া আছে। যদি প্রথম তিনটি সংখ্যার যোগফল 180 হয় তবে শেষ তিনটি সংখ্যার যোগফল কত? উ. 182
- একটি ভগ্নাংশের লব ও হরের সমষ্টি 11। লব থেকে 2 বিয়োগ এবং হরের সাথে 3 যোগ করলে ভগ্নাংশের মান হয় $\frac{1}{2}$ । ভগ্নাংশটি নির্ণয় করুন। উ. $\frac{6}{5}$

Lecture - 4

দ্বিপদী সমীকরণ

বহুপদী সমীকরণ:

মনে করি, $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \dots + a_n$, যেখানে $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ ধ্রুবক এবং $a_0 \neq 0$ । তাহলে, $f(x) = 0$ অর্থাৎ $a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \dots + a_n = 0$ কে x এর একটি বহুপদী সমীকরণ হয়। এ সমীকরণকে সাধারণত n -ঘাতবিশিষ্ট সমীকরণ বলা হয়। $n = 1, 2, 3$ হলে, সমীকরণটিকে যথাক্রমে সরল, দ্বিঘাত, ত্রিঘাত সমীকরণ নামে অভিহিত করা হয়।

বহুপদী ও তার ঘাত

আমরা জানি, ax , $ax + b$, $5x^2 + 3x + 9$, $2x^3 - bx^2 + 5x - 9$ ইত্যাদিকে যথাক্রমে একপদী, দ্বিপদী, ত্রিপদী ও চতুর্থপদী রাশি ইত্যাদি বলা হয়। এখানে রাশির পদগুলো (+) চিহ্ন অথবা (-) চিহ্ন কিংবা উভয় চিহ্ন দ্বারা সংযোজিত। উদাহরণস্বরূপ বলা যায় চতুর্থ রাশিতে (+) এবং (-) চিহ্ন দুটি দ্বারা সংযোজিত 4টি পদ আছে। এজন্য এ রাশিকে চতুর্থপদী রাশি বলা হয়।

$$1. \quad \frac{x}{a} + \frac{x}{b} = 1$$

$$\text{Solve: } \frac{x}{a} + \frac{x}{b} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{bx + ax}{ab} = 1$$

$$\Rightarrow ax + bx = ab$$

$$\Rightarrow x(a + b) = ab$$

$$\therefore x = \frac{ab}{a + b} \text{ [Ans]}$$

$$\text{বিকল্প নিয়ম: } \frac{x}{a} + \frac{x}{b} = 1$$

$$\Rightarrow bx + ax = ab \text{ [উভয় পক্ষে } ab \text{ দ্বারা গুণ করে]}$$

$$\Rightarrow x(a + b) = ab$$

$$\therefore x = \frac{ab}{a + b} \text{ [Ans]}$$

$$2. \quad 5x + 3y = 7 \text{ এবং } 4x + 5y = 3 \text{ হলে, } x \text{ ও } y \text{ এর মান কত?}$$

$$\text{Solve: } 5x + 3y = 7 \text{ বা, } 25x + 15y = 35 \text{ [5 দ্বারা গুণ করে]}$$

$$4x + 5y = 3 \text{ বা, } 12x + 15y = 9 \text{ [3 দ্বারা গুণ করে]}$$

$$\begin{array}{r} (-) \quad (-) \quad (-) \\ \hline 13x \quad \quad = 26 \text{ (বিয়োগ)} \end{array}$$

$$\text{বা, } x = 2 \text{ } \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \text{ [Ans]}$$

$$\therefore y = -1$$

$$3. \quad \frac{2x - 9}{7} + \frac{x - 5}{6} = \frac{x - 3}{3} + \frac{6x + 1}{21}$$

Solve:

$$\frac{2x - 9}{7} + \frac{x - 5}{6} = \frac{x - 3}{3} + \frac{6x + 1}{21}$$

$$\text{বা, } \frac{2x - 9}{7} - \frac{6x + 1}{21} = \frac{x - 3}{3} - \frac{x - 5}{6}$$

$$\text{বা, } \frac{3(2x - 9) - (6x + 1)}{21}$$

$$= \frac{2(x - 3) - (x - 5)}{6}$$

$$\text{বা, } \frac{6x - 27 - 6x - 1}{21} = \frac{2x - 6 - x + 5}{6}$$

$$\text{বা, } \frac{-28}{21} = \frac{x - 1}{6}$$

$$\text{বা, } \frac{-4}{3} = \frac{x - 1}{6}$$

$$\text{বা, } 3x - 3 = -24$$

$$\text{বা, } 3x = -24 + 3$$

$$\text{বা, } x = \frac{-21}{3} = -7$$

\therefore নির্ণেয় সমাধান $x = -7$ [Ans]

$$4. \quad \frac{x - a}{b} + \frac{x - b}{a} + \frac{x - 3a - 3b}{a + b} = 0$$

$$\text{Solve: } \frac{x - a}{b} + \frac{x - b}{a} + \frac{x - 3a - 3b}{a + b} = 0$$

$$\text{বা, } \frac{x - a}{b} + \frac{x - b}{a} + \frac{x}{a + b} - \frac{3(a + b)}{a + b} = 0$$

$$\text{বা, } \frac{x - a}{b} + \frac{x - b}{a} + \frac{x}{a + b} - 3 = 0$$

$$\text{বা, } \left(\frac{x - a}{b} - 1 \right) + \left(\frac{x - b}{a} - 1 \right) + \left(\frac{x}{a + b} - 1 \right) = 0$$

$$\text{বা, } \left(\frac{x - a - b}{b} \right) + \left(\frac{x - b - a}{a} \right) + \left(\frac{x - a - b}{a + b} \right) = 0$$

$$\text{বা, } (x - a - b) \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{a} + \frac{1}{a + b} \right) = 0$$

x বর্জিত বলে, $\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{a} + \frac{1}{a + b} \right) = 0$ এর মান শূন্য গ্রহণযোগ্য নহে।

$$\text{সুতরাং, } x - a - b = 0$$

$$\therefore x = a + b$$

\therefore নির্ণেয় সমাধান $x = a + b$ [Ans]

$$5. \quad \frac{8x + 37}{18} + \frac{29 - 7x}{5x - 12} = \frac{4(x + 3)}{9}$$

$$\text{Solve: } \frac{8x + 37}{18} + \frac{29 - 7x}{5x - 12} = \frac{4(x + 3)}{9}$$

$$\text{বা, } \frac{29 - 7x}{5x - 12} = \frac{4x + 12}{9} - \frac{8x + 37}{18}$$

$$\text{বা, } \frac{29 - 7x}{5x - 12} = \frac{8x + 24 - 8x - 37}{18}$$

$$\text{বা, } \frac{29 - 7x}{5x - 12} = \frac{-13}{18}$$

$$\text{বা, } 18(29 - 7x) = -13(5x - 12)$$

$$\text{বা, } 522 - 126x = -65x + 156$$

$$\text{বা, } -126x + 65x = 156 - 522$$

$$\text{বা, } -61x = -366$$

$$\text{বা, } x = \frac{-366}{-61} = 6$$

∴ নির্ণেয় সমাধান $x = 6$ [Ans]

$$6. \quad \frac{1}{x-1} + \frac{2}{x-2} = \frac{3}{x-3}$$

$$\text{Solve: } \frac{1}{x-1} + \frac{2}{x-2} = \frac{3}{x-3}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{x-1} + \frac{2}{x-2} = \frac{1}{x-3} + \frac{2}{x-3}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x-3} = \frac{2}{x-3} - \frac{2}{x-2}$$

$$\text{বা, } \frac{x-3-x+1}{(x-1)(x-3)} = \frac{2x-4-2x+6}{(x-3)(x-2)}$$

$$\text{বা, } \frac{-2}{(x-1)(x-3)} = \frac{2}{(x-3)(x-2)}$$

$$\text{বা, } \frac{-2}{x-1} = \frac{2}{x-2} \quad [\text{উভয় পক্ষকে } (x-3) \text{ দ্বারা গুণ করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{-1}{x-1} = \frac{1}{x-2} \quad [\text{উভয় পক্ষকে } 2 \text{ দ্বারা ভাগ করে}]$$

$$\text{বা, } x-1 = -x+2$$

$$\text{বা, } x+x = 2+1$$

$$\text{বা, } 2x = 3$$

$$\text{বা, } x = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2} \quad \therefore \text{ নির্ণেয় সমাধান } x = 1\frac{1}{2} \text{ [Ans]}$$

$$7. \quad \frac{4}{x+1} + \frac{5}{x+3} = \frac{9}{x-1}$$

$$\text{Solve: } \frac{4}{x+1} + \frac{5}{x+3} = \frac{9}{x-1}$$

$$\text{বা, } \frac{4}{x+1} + \frac{5}{x+3} = \frac{4+5}{x-1}$$

$$\text{বা, } \frac{4}{x+1} + \frac{5}{x+3} = \frac{4}{x-1} + \frac{5}{x-1}$$

$$\text{বা, } \frac{4}{x+1} - \frac{4}{x-1} = \frac{5}{x-1} - \frac{5}{x+3}$$

$$\text{বা, } \frac{4(x-1)-4(x+1)}{(x+1)(x-1)}$$

$$= \frac{5(x+3)-5(x-1)}{(x-1)(x+3)}$$

$$\text{বা, } \frac{4x-4-4x-4}{(x+1)(x-1)} = \frac{5x+15-5x+5}{(x-1)(x+3)}$$

$$\text{বা, } \frac{-8}{(x+1)(x-1)} = \frac{20}{(x-1)(x+3)}$$

$$\text{বা, } \frac{-8}{x+1} = \frac{20}{x+3}$$

[উভয় পক্ষকে $(x-1)$ দ্বারা গুণ করে]

$$\text{বা, } \frac{-2}{x+1} = \frac{5}{x+3} \quad [\text{উভয় পক্ষকে } 4 \text{ দ্বারা ভাগ করে}]$$

$$\text{বা, } 5x+5 = -2x-6$$

$$\text{বা, } 5x+2x = -6-5$$

$$\text{বা, } 7x = -11$$

$$\text{বা, } x = -\frac{11}{7} = -1\frac{4}{7}$$

∴ নির্ণেয় সমাধান $x = -1\frac{4}{7}$ [Ans]

$$8. \quad \frac{10}{2x-5} + \frac{1}{x+5} = \frac{18}{3x-5}$$

$$\text{Solve: } \frac{10}{2x-5} + \frac{1}{x+5} = \frac{18}{3x-5}$$

$$\text{বা, } \frac{10}{2x-5} + \frac{1}{x+5} = \frac{15}{3x-5} + \frac{3}{3x-5}$$

$$\text{বা, } \frac{10}{2x-5} - \frac{15}{3x-5} = \frac{3}{3x-5} - \frac{1}{x+5}$$

$$\text{বা, } \frac{30x-50-30x+75}{(2x-5)(3x-5)}$$

$$= \frac{3x+15-3x+5}{(3x-5)(x+5)}$$

$$\text{বা, } \frac{25}{(2x-5)(3x-5)} = \frac{20}{(3x-5)(x+5)}$$

$$\text{বা, } \frac{25}{2x-5} = \frac{20}{x+5} \quad [\text{উভয় পক্ষকে } (3x-5) \text{ দ্বারা গুণ করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{5}{2x-5} = \frac{4}{x+5} \quad [\text{উভয় পক্ষকে } 5 \text{ দ্বারা ভাগ করে}]$$

$$\text{বা, } 8x-20 = 5x+25$$

$$\text{বা, } 8x-5x = 25+20$$

$$\text{বা, } 3x = 45$$

$$\text{বা, } x = \frac{45}{3} = 15$$

∴ নির্ণেয় সমাধান $x = 15$ [Ans]

$$9. \quad \frac{4}{2x+3} + \frac{15}{5x+4} = \frac{35}{7x+6}$$

$$\text{Solve: } \frac{4}{2x+3} + \frac{15}{5x+4} = \frac{35}{7x+6}$$

$$\text{বা, } \frac{4}{2x+3} + \frac{15}{5x+4} = \frac{14}{7x+6} + \frac{21}{7x+6}$$

$$\text{বা, } \frac{4}{2x+3} - \frac{14}{7x+6} = \frac{21}{7x+6} - \frac{15}{5x+4}$$

$$\text{বা, } \frac{28x+24-28x-42}{(2x+3)(7x+6)}$$

$$= \frac{105x+84-105x-90}{(7x+6)(5x+4)}$$

$$\text{বা, } \frac{-18}{(2x+3)(7x+6)} = \frac{-6}{(5x+4)(7x+6)}$$

$$\text{বা, } \frac{-18}{2x+3} = \frac{-6}{5x+4} \quad [\text{উভয় পক্ষকে } (7x+6) \text{ দ্বারা গুণ করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{3}{2x+3} = \frac{1}{5x+4} \quad [\text{উভয় পক্ষকে } -6 \text{ দ্বারা ভাগ করে}]$$

$$\text{বা, } 15x+12 = 2x+3$$

$$\text{বা, } 15x-2x = 3-12$$

$$\text{বা, } 13x = -9$$

$$\text{বা, } x = \frac{-9}{13}$$

∴ নির্ণেয় সমাধান $x = \frac{-9}{13}$ [Ans]

$$10. \quad \frac{4}{2x+1} + \frac{9}{3x+2} = \frac{25}{5x+4}$$

$$\text{Solve: } \frac{4}{2x+1} + \frac{9}{3x+2} = \frac{25}{5x+4}$$

$$\text{বা, } \frac{4}{2x+1} + \frac{9}{3x+2} = \frac{10}{5x+4} + \frac{15}{5x+4}$$

$$\text{বা, } \frac{4}{2x+1} - \frac{10}{5x+4} = \frac{15}{5x+4} - \frac{9}{3x+2}$$

$$\text{বা, } \frac{20x+16-20x-10}{(2x+1)(5x+4)} = \frac{45x+30-45x-36}{(5x+4)(3x+2)}$$

$$\text{বা, } \frac{6}{(2x+1)(5x+4)} = \frac{-6}{(3x+2)(5x+4)}$$

$$\text{বা, } \frac{6}{2x+1} = \frac{-6}{3x+2} \text{ [উভয় পক্ষকে } (5x+4) \text{ দ্বারা গুণ করে]}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2x+1} = \frac{-1}{3x+2} \text{ [উভয় পক্ষকে 6 দ্বারা ভাগ করে]}$$

$$\text{বা, } 3x+2 = -2x-1$$

$$\text{বা, } 3x+2x = -1-2$$

$$\text{বা, } 5x = -3$$

$$\text{বা, } x = \frac{-3}{5} \therefore \text{নির্ণেয় সমাধান } x = \frac{-3}{5} \text{ [Ans]}$$

$$11. \frac{x}{x-5} + \frac{x}{x+2} = 2$$

$$\text{Solve: } \frac{x}{x-5} + \frac{x}{x+2} = 2$$

$$\text{বা, } \frac{x}{x-5} + \frac{x}{x+2} = 1+1$$

$$\text{বা, } \left(\frac{x}{x-5} - 1 \right) + \left(\frac{x}{x+2} - 1 \right) = 0$$

$$\text{বা, } \frac{x-x+5}{x-5} + \frac{x-x-2}{x+2} = 0$$

$$\text{বা, } \frac{5}{x-5} + \frac{-2}{x+2} = 0$$

$$\text{বা, } \frac{5}{x-5} = \frac{2}{x+2}$$

$$\text{বা, } 5(x+2) = 2(x-5)$$

$$\text{বা, } 5x+10 = 2x-10$$

$$\text{বা, } 5x-2x = -10-10$$

$$\text{বা, } 3x = -20$$

$$\text{বা, } x = \frac{-20}{3} = -6\frac{2}{3}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সমাধান } x = -6\frac{2}{3} \text{ [Ans]}$$

$$12. \frac{x-a}{a^2-b^2} = \frac{x-b}{b^2-a^2}$$

$$\text{Solve: } \frac{x-a}{a^2-b^2} = \frac{x-b}{b^2-a^2}$$

$$\text{বা, } \frac{x-a}{a^2-b^2} = \frac{x-b}{-(a^2-b^2)}$$

$$\text{বা, } \frac{x-a}{a^2-b^2} + \frac{x-b}{a^2-b^2} = 0$$

$$\text{বা, } \frac{x-a+x-b}{a^2-b^2} = 0$$

$$\text{বা, } x-a+x-b = 0$$

$$\text{বা, } 2x = a+b$$

$$x = \frac{a+b}{2} \therefore \text{নির্ণেয় সমাধান } x = \frac{a+b}{2} \text{ [Ans]}$$

$$13. \frac{x-a}{a} + \frac{x-2a}{2a} = \frac{x-3a}{3a}$$

$$\text{Solve: } \frac{x-a}{a} + \frac{x-2a}{2a} = \frac{x-3a}{3a}$$

$$\text{বা, } \frac{6a(x-a)}{a} + \frac{6a(x-2a)}{2a}$$

$$= \frac{6a(x-3a)}{3a} \text{ [উভয় পক্ষকে } 6a \text{ দ্বারা গুণ করে পাই]}$$

$$\text{বা, } 6(x-a) + 3(x-2a) = 2(x-3a)$$

$$\text{বা, } 6x-6a+3x-6a = 2x-6a$$

$$\text{বা, } 6x+3x-2x = 6a+6a-6a$$

$$\text{বা, } 7x = 6a$$

$$\text{বা, } x = \frac{6a}{7} \therefore \text{নির্ণেয় সমাধান } x = \frac{6a}{7} \text{ [Ans]}$$

$$14. \text{সমাধান করুন: } \frac{x-a}{b+c} + \frac{x-b}{c+a} + \frac{x-c}{a+b} = 3$$

$$\text{Solve: } \frac{x-a}{b+c} + \frac{x-b}{c+a} + \frac{x-c}{a+b} = 3$$

$$\text{বা, } \frac{x-a}{b+c} - 1 + \frac{x-b}{c+a} - 1 + \frac{x-c}{a+b} - 1 = 0$$

$$\text{বা, } \frac{x-a-b-c}{b+c} + \frac{x-b-c-a}{c+a}$$

$$+ \frac{x-c-a-b}{a+b} = 0$$

$$\text{বা, } (x-a-b-c) \left(\frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} + \frac{1}{a+b} \right) = 0$$

$$\text{এখানে, } \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} + \frac{1}{a+b} \neq 0 \text{ [কারণ } x \text{ বর্জিত রাশি]}$$

$$\text{সুতরাং, } x-a-b-c = 0$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সমাধান } x = a+b+c \text{ [Ans]}$$

$$15. \frac{x+a}{a+b} + \frac{x+b}{a-b} = \frac{(a+b)^2}{a^2-b^2}$$

$$\text{Solve: } \frac{(x+a)(a-b) + (x+b)(a+b)}{(a+b)(a-b)}$$

$$= \frac{(a+b)^2}{a^2-b^2}$$

$$\text{বা, } ax+a^2-bx-ab+ax+ab+bx+b^2$$

$$= a^2+2ab+b^2 \text{ [উভয় পক্ষকে } (a^2-b^2) \text{ দ্বারা গুণ করে]}$$

$$\text{বা, } 2ax+a^2+b^2 = a^2+2ab+b^2$$

$$\text{বা, } 2ax = a^2+2ab+b^2 - a^2 - b^2$$

$$\text{বা, } 2ax = 2ab$$

$$\therefore x = \frac{2ab}{2a} = b$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সমাধান } x = b \text{ [Ans]}$$

$$16. \frac{1}{2x-5} + \frac{1}{2x-11} = \frac{1}{2x-7} + \frac{1}{2x-9}$$

$$\text{Solve: } \frac{2x-11+2x-5}{(2x-5)(2x-11)} = \frac{2x-9+2x-7}{(2x-7)(2x-9)}$$

$$\text{বা, } \frac{4x-16}{4x^2-22x-10x+55}$$

$$= \frac{4x-16}{4x^2-18x-14x+63}$$

$$\text{বা, } \frac{4x-16}{4x^2-32x+55} = \frac{4x-16}{4x^2-32x+63}$$

বা, $\frac{4x-16}{4x^2-32x+55} - \frac{4x-16}{4x^2-32x+63} = 0$
 বা, $(4x-16) \left(\frac{1}{4x^2-32x+55} - \frac{1}{4x^2-32x+63} \right) = 0$

এখানে, $\frac{1}{4x^2-32x+55} - \frac{1}{4x^2-32x+63} \neq 0$

তাহলে, $4x-16=0$

বা, $4x=16$

$\therefore x = \frac{16}{4} = 4$

\therefore নির্ণেয় সমাধান $x=4$ [Ans]

17. সমাধান করুন: $\frac{x-2}{4} + \frac{1}{3} = x - \frac{2x-1}{3}$

Solve: $\frac{x-2}{4} + \frac{1}{3} = x - \frac{2x-1}{3}$

$\Rightarrow \frac{3x-6+4}{12} = \frac{3x-2x+1}{3}$

$\Rightarrow \frac{3x-2}{12} = \frac{x+1}{3}$

$\Rightarrow 9x-6=12x+12$

$\Rightarrow 9x-12x=12+6$

$\Rightarrow -3x=18$

$\Rightarrow x=-6$ [Ans]

18. $\frac{y}{x} = \frac{1}{3}$

$x+2y=10$

Solve: $\frac{y}{x} = \frac{1}{3}$ (i)

$x+2y=10$ (ii)

(i) হতে— $x=3y$ (iii)

(ii) হতে— $3y+2y=10$ [$x=3y$]

$\therefore y=2$

(iii) হতে— $x=3 \cdot 2=6$

$\left. \begin{array}{l} x=6 \\ y=2 \end{array} \right\}$ [Ans]

[দ্রষ্টব্য : উপরোক্ত সমীকরণকে সরল সহসমীকরণ বলে।]

19. সমাধান করুন: $\frac{\sqrt{x-1} + \sqrt{x-6}}{\sqrt{x-1} - \sqrt{x-6}} = 5$

Solve: $\frac{\sqrt{x-1} + \sqrt{x-6}}{\sqrt{x-1} - \sqrt{x-6}}$

বা, $\frac{\sqrt{x-1} + \sqrt{x-6} + \sqrt{x-1} - \sqrt{x-6}}{\sqrt{x-1} + \sqrt{x-6} - \sqrt{x-1} + \sqrt{x-6}}$

$= \frac{5+1}{5-1}$ [যোজন বিয়োজন]

বা, $\frac{2\sqrt{x-1}}{2\sqrt{x-6}} = \frac{3}{2}$

বা, $2\sqrt{x-1} = 3\sqrt{x-6}$

বা, $4(x-1) = 9(x-6)$ [বর্গ করে]

বা, $4x-4 = 9x-54$

বা, $4x-9x = -54+4$

বা, $-5x = -50 \therefore x=10$ [Ans]

20. $\frac{\sqrt{5} + \sqrt{5-x}}{\sqrt{5} - \sqrt{5-x}} = 5$

Solve: $\frac{\sqrt{5} + \sqrt{5-x}}{\sqrt{5} - \sqrt{5-x}} = 5$

বা, $\frac{\sqrt{5} + \sqrt{5-x} + \sqrt{5} - \sqrt{5-x}}{\sqrt{5} + \sqrt{5-x} - \sqrt{5} + \sqrt{5-x}}$

$= \frac{5+1}{5-1}$ [যোজন - বিয়োজন]

বা, $\frac{2\sqrt{5}}{(2\sqrt{5-x})} = \frac{3}{2}$

বা, $\left(\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5-x}} \right)^2 = \frac{9}{4}$

বা, $\frac{5}{(5-x)} = \frac{9}{4}$

বা, $45-9x=20$

বা, $9x=25 \therefore x = \frac{25}{9}$ [Ans]

21. সমাধান করুন : $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1, \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$

Solve: $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$ (i)

$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$ (ii)

$\therefore (i) \times \frac{1}{3} - (ii) \times \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{y}{9} - \frac{y}{4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \frac{4y-9y}{36} = \frac{-1}{6} \Rightarrow -5y = -6 \Rightarrow y = \frac{6}{5}$

$\therefore \frac{x}{2} + \frac{6}{15} = 1$ [(i) নং-এ y এর মান বসিয়ে]

$\Rightarrow \frac{x}{2} = 1 - \frac{6}{15}$

$\Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{9}{15}$

$\Rightarrow x = \frac{6}{5}$

$\therefore (x, y) = \left(\frac{6}{5}, \frac{6}{5} \right)$ [Ans]

22. $\frac{6x+7}{5} - \frac{2x-1}{10} = 1$ সমীকরণটির সমাধান
কোনটি?

Solve: $\frac{6x+7}{5} - \frac{2x-1}{10} = 1$

বা, $\frac{12x+14-2x+1}{10} = 1$

বা, $10x = 10-15$

বা, $x = -\frac{1}{2}$ [Ans]

23. সমীকরণ মালা -

$x+2y-z=5$

$2x+3y+z=11$

$3x-y+3z=7$

Solve: $x+2y-z=5$ (i)

$2x+3y+z=11$ (ii)

$3x-y+3z=7$ (iii)

(i) + (ii) হতে

$$3x + 5y = 16 \dots\dots\dots (iv)$$

(ii) $\times 3 - (iii) \times 1$ হতে

$$3x + 10y = 26 \dots\dots\dots (v)$$

(iv) - (v) হতে

$$-5y = -10$$

$$\therefore y = 2$$

(iv) হতে

$$x = 2$$

এবং (i) এ x ও y এর মান বসিয়ে $z = 1$

$$\therefore x = 2, y = 2 \text{ এবং } z = 1 \text{ [Ans]}$$

24. সমাধান করুন : $ax - cy = 0$

$$ay - cx = a^2 - c^2$$

Solve: $ax - cy = 0 \dots\dots\dots (i)$

$ay - cx = a^2 - c^2 \dots\dots\dots (ii)$

form (i) $\rightarrow x = \frac{cy}{a}$

$$\therefore ay - c \left(\frac{cy}{a} \right) = a^2 - c^2$$

বা, $a^2y - c^2y = a(a^2 - c^2)$ [উভয় পক্ষকে a দ্বারা ভাগ করে]

বা, $y(a^2 - c^2) = a(a^2 - c^2)$

$$\therefore y = a$$

$$\therefore x = \frac{c \cdot a}{a} = c$$

$$\therefore (x, y) = (c, a) \text{ [Ans]}$$

25. $ax^2 + bx + c = 0$

Solve: $ax^2 + bx + c = 0$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{bx}{a} = -\frac{c}{a} \text{ [উভয়পক্ষে } a \text{ দ্বারা ভাগ করে]}$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{bx}{a} + \frac{b^2}{4a^2} = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a} \text{ [উভয়পক্ষে } \frac{b^2}{4a^2} \text{ যোগ করে]}$$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

$$\Rightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\Rightarrow x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ (Ans)}$$

26. $x^2 - 5x + 6 = 0$

Solve: $x^2 - 5x + 6 = 0$

$$\Rightarrow x^2 - 3x - 2x + 6 = 0$$

$$\Rightarrow x(x-3) - 2(x-3) = 0$$

$$\Rightarrow (x-3)(x-2) = 0$$

$$\Rightarrow x-3 = 0 \quad \left| \begin{array}{l} \Rightarrow x-2 = 0 \\ \Rightarrow x = 2 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow x = 3$$

Ans: $x = 3, 2$

অথবা, উপরের সমস্যার সমাধানে উৎপাদকের মধ্যপদ ভাঙ্গা পদ্ধতি (Middle Term Method) ব্যবহার করা হয়েছে। বীজগণিতের সূত্রের সাহায্যেও এটির সমাধান করা যায়। যেমন—

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x + 4 - x + 2 = 0$$

$$\Rightarrow (x^2 - 4x + 4) - 1(x-2) = 0$$

$$\Rightarrow (x-2)(x-3) = 0$$

$$\therefore x-2 = 0 \quad \text{Or, } x-3 = 0$$

$$\therefore x = 2$$

$$\therefore x = 3 \text{ Or, } 2 \text{ [Ans]}$$

অথবা, এ দ্বিঘাত সমীকরণকে দ্বিঘাত সমীকরণের প্রমিত সমীকরণ (Standard Equation) বিবেচনা করে এটির সমাধান করা সম্ভব। দ্বিঘাত সমীকরণের প্রমিত বা আদর্শ সমীকরণটি হচ্ছে :

$$ax^2 + bx + c = 0$$

এখানে, $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ যাহা 1 নং সমস্যায় বর্ণনা করা হয়েছে।

এখন, $x^2 - 5x + 6 = 0$

$$\Rightarrow x^2 + (-5)x + 6 = 0 \text{ যাহা } ax^2 + bx + c = 0 \text{ আকারের}$$

এবং যেখানে $a = 1, b = -5, c = 6$

$$\therefore x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2 \cdot 1}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2}$$

$$= \frac{5 \pm 1}{2} = \frac{6}{2}$$

বা, $\frac{4}{2} = 3$ বা, 2 [Ans]

27. $2x^2 - x - 15 = 0$

Solve:

$$\Rightarrow 2x^2 - 6x + 5x - 15 = 0$$

$$\Rightarrow 2x(x-3) + 5(x-3) = 0$$

$$\Rightarrow (x-3)(2x+5) = 0$$

$$\Rightarrow x-3 = 0 \quad \text{Or, } 2x+5 = 0$$

$$\therefore x = 3 \quad \therefore x = -\frac{5}{2}$$

Ans: $\left(3, -\frac{5}{2} \right)$

28. $\sqrt{\frac{x}{1-x}} + \sqrt{\frac{1-x}{x}} = \frac{13}{6}$

Solve: $\left(\sqrt{\frac{x}{1-x}} + \sqrt{\frac{1-x}{x}} \right)^2 = \left(\frac{13}{6} \right)^2$

$$\Rightarrow \frac{x}{1-x} + \frac{1-x}{x} + 2 = \frac{169}{36}$$

$$\Rightarrow \frac{x^2 + (1-x)^2}{x(1-x)} = \frac{169}{36} - 2 = \frac{97}{36}$$

$$\Rightarrow \frac{2x^2 - 2x + 1}{x - x^2} = \frac{97}{36}$$

$$\Rightarrow 72x^2 - 72x + 36 = 97x - 97x^2$$

$$\Rightarrow 169x^2 - 169x + 36 = 0$$

$$\therefore x = \frac{169 \pm \sqrt{(-169)^2 - 4 \cdot 169 \cdot 36}}{169 \times 2}$$

$$= \frac{169 \pm \sqrt{4225}}{169 \times 2} = \frac{13(13 \pm 5)}{169 \times 2} = \frac{13 \pm 5}{26}$$

$$\therefore x = \frac{13+5}{26} \text{ বা, } \frac{13-5}{26}$$

$$= \frac{9}{13} \text{ বা, } \frac{4}{13} \text{ [Ans]}$$

29. $\sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = \frac{13}{6}$, $xy = 36$

Solve: (ii) থেকে, $xy = 36$

$\Rightarrow y = \frac{36}{x}$ (1)

Also $\sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = \frac{13}{6}$

$\Rightarrow \sqrt{\frac{x}{\frac{36}{x}}} + \sqrt{\frac{\frac{36}{x}}{x}} = \frac{13}{6}$ [(i) থেকে]

$\Rightarrow \sqrt{\frac{x}{1} \times \frac{x}{36}} + \sqrt{\frac{36}{x} \times \frac{1}{x}} = \frac{13}{6}$

$\Rightarrow \sqrt{\frac{x^2}{36}} + \sqrt{\frac{36}{x^2}} = \frac{13}{6}$

$\Rightarrow \frac{x}{6} + \frac{6}{x} = \frac{13}{6}$

$\Rightarrow \frac{x^2 + 36}{6x} = \frac{13}{6}$

$\Rightarrow \frac{x^2 + 36}{x} = \frac{13}{1}$ [উভয় পক্ষকে 6 দ্বারা গুণ করে]

$\Rightarrow x^2 + 36 = 13x$

$\Rightarrow x^2 - 13x + 36 = 0$

$\Rightarrow x(x-9) - 4(x-9) = 0$

$\Rightarrow (x-9)(x-4) = 0$

$\Rightarrow x = 9$ Or, $x = 4$

যখন, $x = 9$

$y = \frac{36}{x}$

$\Rightarrow y = \frac{36}{9}$

$\Rightarrow y = 4$

\therefore নির্ণেয় সমাধান: $(x, y) = (4, 9), (9, 4)$ [Ans]

যখন, $x = 4$

$y = \frac{36}{x}$

$\Rightarrow y = \frac{36}{4}$

$\Rightarrow y = 9$

সরল ও দ্বিপদী অসমতা

1. If $3 < x < 7$ and $5 > y > 2$, which of the following must be true?

(a) $x + y > 8$

(b) $x - y > 0$

(c) $x - 2y < 2$

(d) $2x - y > 1$

Solve: $3 < x < 7$

$\Rightarrow 6 < 2x < 14$ [2 দ্বারা গুণ করে]

$5 > y > 2$

$\Rightarrow -5 < -y < -2$ [-1 দ্বারা গুণ করে]

$1 < 2x - y < 12$ (যোগ করে)

$\therefore 1 < 2x - y < 12 = 1 < 2x - y$ and $2x - y < 12$

So, $1 < 2x - y$

$\Rightarrow 2x - y > 1$

2. If $X > 2$ and $Y > -1$, Then

(a) $XY > -2$

(b) $-X < 2Y$

(c) $XY < -2$

(d) $-X > 2Y$

Solve: $x > 2$

$\Rightarrow -x < -2$ (i) [উভয় পক্ষে -1 দ্বারা গুণ করে]

$y > -1$

$\Rightarrow 2y > -2$ (ii) [উভয় পক্ষে 2 দ্বারা গুণ করে]

সমীকরণ (i) ও (ii) নং এর শর্ত ঠিক রেখে—

$-x < -2 < 2y$

$\therefore -x < 2y$

3. If $3 < x < 8$ and $5 < y < 11$, which of the following represents all possible values of xy ?

(a) $3 < xy < 11$

(b) $8 < xy < 19$

(c) $15 < xy < 88$

(d) $24 < xy < 55$

Solve: $3 < x < 8$

$5 < y < 11$

$15 < xy < 88$ (গুণ করে)

4. If $-3t + 8 > t - 6$, then

(a) $t > 1$

(b) $t > \frac{7}{2}$

(c) $t < \frac{7}{2}$

(d) $t < -\frac{7}{2}$

Solve: $-3t + 8 > t - 6$

$\Rightarrow -4t > -14$

$\Rightarrow 4t < 14$ [-1 দ্বারা গুণ করে]

$\Rightarrow t < \frac{14}{4}$

$\Rightarrow t < \frac{7}{2}$

5. If $4x - 7 < 2x + 13$, then which of the following must be true?

(a) $x > 7$

(b) $x > 13$

(c) $x < 10$

(d) $x < 6$

Solve: $4x - 7 < 2x + 13$

$\Rightarrow 4x - 2x < 13 + 7$

$\Rightarrow 2x < 20$

$\Rightarrow x < 10$

6. If $b < 2$ and $2x - 3b = 0$, which of the following must be true?

(a) $x > -3$

(b) $x < 2$

(c) $x = 3$

(d) $x < 3$

Solve: $2x - 3b = 0$

$\Rightarrow 2x = 3b$

$\Rightarrow x = \frac{3b}{2}$

যদি b এর মান 2 হয় তবে, $x = \frac{3 \times 2}{2} = 3$. তাই b এর মান 2

এর কম হলে x এর মানও 3 এর চেয়ে কম হবে।

7. Which of the following inequalities is equivalent to $10 - 2x > 18$?

(a) $x > 14$

(b) $x > -4$

(c) $x > 4$

(d) $x < -4$

Solve: $10 - 2x > 18$

$\Rightarrow -2x > 18 - 10$

$\Rightarrow -2x > 8$

$\Rightarrow -x > \frac{8}{2}$

$\Rightarrow x < -4$ [-1 দ্বারা গুণ করে]

8. If $3 - 2x \leq 7$, then

(a) $x \leq 2$

(b) $x \geq 2$

(c) $x \leq -2$

(d) $x \geq -2$

Solve: $3 - 2x \leq 7$

$$\Rightarrow -2x \leq 7 - 3 \Rightarrow -x \leq \frac{4}{2}$$

$$\Rightarrow -x \leq 2$$

$$\Rightarrow x \geq -2$$

9. If $m > n$, $n < p$ and $n > 0$, which of the following must be true?

- (a) $mn > p^2$ (b) $mp > n^2$
 (c) $pn > m^2$ (d) $mn > np$

Solve: $n < p$
 $\Rightarrow p > n$
 $m > n$

$$pm > n^2 \text{ [গুণ করে]}$$

10. If $x^2 = 68$, which of the following could be true?

- (a) $-9 < x < -8$ (b) $-8 < x < -7$
 (c) $-8 < x < 8$ (d) $9 < x < 10$

Solve: $x^2 = 68$

$$\Rightarrow x = \pm 8.2 \text{ (বর্গমূল করে)}$$

x এর মান 8.2 ঋনাত্মক ও ধনাত্মক হতে পারে। তাই সঠিক উত্তর (a)

11. If $a > b$ and $ab < 0$, which of the following must be positive?

- (a) $b^2 - a^2$ (b) a/b
 (c) $a + b$ (d) b/a

Solve: $ab < 0$ এর মানে a এবং b এর যে কোন একটির মান Negative যা 0 চেয়ে ছোট হবে। অর্থাৎ $a > 0$ হলে $b < 0$ অথবা, $a < 0$ হলে $b > 0$ হবে।

আবার, $a > b$ এবং $ab < 0$ হলে $a > 0$, $b < 0$ হবে।

12. If $ab > 0$ and $a < 0$, which of the following is negative?

- (a) $-a$ (b) b
 (c) $-b$ (d) $(a-b)$

Solve: $a < 0$ মানে, a এর মান Negative

$ab > 0$ মানে, b এর মান Negative.

13. If $xyz < 0$ and $z < 0$ then which of the following must always be true?

- (a) $xy > 0$ (b) $xy < 0$
 (c) $xy > z$ (d) $xy < z$

Solve: $xyz < 0$ মানে xyz Negative,

$z < 0$ মানে Z Negative.

\therefore (c) নং-এ $xy > z$ যার Z Negative কিন্তু xyz Negative হলেও xy Positive.

$xy = \text{Positive}$

$z = \text{Negative}$

$\therefore xy > z$

14. If $xy > 0$ and $y < 0$, which of the following is positive?

- (a) $x - y$ (b) $x + y$
 (c) $\frac{(x+10)}{y}$ (d) $\frac{(y-2)}{x}$

Solve: $y < 0$ মানে $Y \rightarrow \text{Negative}$

$xy > 0$ মানে $xy \rightarrow \text{Positive}$ তাই x এর মান Negative হলেই xy positive.

15. If $a < 0$ and $b > 0$, then which of the following is true?

I. $ab - (a + b) > 0$

II. $ab - (a + b) < 0$

III. $ab - (a + b) = 0$

- (a) Only I (b) Only II
 (c) Both I & II (d) Both I and II
 (e) II & III

Solve: $a < 0$ মানে $a \rightarrow \text{Negative}$ এবং $b > 0$ মানে $b \rightarrow \text{Positive}$.

সুতরাং $a = -1$ এবং $b = 1$ ধরে মান বসালে—

(B) $-1 \times 1 - (-1 + 1) < 0$ যার মান Negative এবং 0 এর চেয়ে ছোট।

16. x , y , & z are consecutive integers. If $0 < x < y < z$ and $(x + y + z)$ is an odd integer, which of the following could be the value of z ?

- (a) 2 (b) 3
 (c) 4 (d) 5

Solve: x , y , z are consecutive integer and $0 < x < y < z$ means all values are positive. We have to find out $x + y + z$ is odd integer. So, if $x = 2$, $y = 3$ and $z = 4$, then $x + y + z = 2 + 3 + 4 = 9$, which is a odd integer. So $z = 4$.

17. If A & B are positive and $A > B$, which of the following is true?

- (a) $5 - A > 6 - B$ (b) $6 - A > 6 - B$
 (c) $-\frac{B}{A} > -\frac{A}{B}$ (d) $\frac{1}{A} > \frac{1}{B}$

Solve: A and B is positive and A is greater than B . So we can use value of $A = 2$ and $B = 1$. So, (c) $-\frac{1}{2} > -1$

$\frac{2}{1}$ is true.

18. If $x > 1$, which of the following decreases as x decreases?

- I. $x + x^2$ II. $2x^2 - x$ III. $\frac{1}{x^2 + 1}$
 (a) only I (b) both I & II
 (c) only II (d) only III

Solve: $x = 2$ হলে,

(i) $2 + 4 = 6$; (ii) $2 \cdot 2^2 - 2 = 6$;

(iii) $\frac{1}{5}$; কিন্তু $x = 3$ হলে,

(i) 12; (ii) 15; (iii) $\frac{1}{10}$

সুতরাং x এর value কমার ফলে (i) ও (ii) এর মান কমে যায়।

19. If $a > b$ and $a > c$ which of the following must be greater than 0?

- (a) $\frac{b-c}{b+c}$ (b) $\frac{c-b}{a-b}$
 (c) $\frac{b-c}{b-a}$ (d) $\frac{b-a}{c-a}$

Solve: $a > b$
 $\Rightarrow 0 > b - a$

এবং $a > c$
 $\Rightarrow 0 > c - a$
 সুতরাং (d) $\frac{b-a}{c-a}$
 $= \frac{\text{Negative}}{\text{Negative}} = \text{Positive}$
 $\therefore \frac{b-a}{c-a} > 0$

21. If $n \neq 0$, which of the following would be true?

- I. $2n < n^2$ II. $n^2 < -n$ III. $2n < n$
 (a) I only (b) I & II only
 (c) I and III only (d) I and III only

Solve: $n \neq 0$ মানে n এর মান 0 এর ছোট কিংবা বড়।
 $n = 1$ হলে (i), (ii) এবং (iii) মিথ্যা
 আবার, $n = -1$ হলে, (i) সত্য, (ii) মিথ্যা এবং (iii) সত্য।

22. If $a > 0$, $b < 0$, and $c > a$ which of the following must be positive?

- (a) $\frac{a-b}{c-b}$ (b) $\frac{b-c}{a-b}$
 (c) $\frac{c-a}{a-c}$ (d) $\frac{abc}{c+b}$

Solve: $a > 0$, $b < 0 \rightarrow b$ এর মান Negative,
 $c > a$

$\Rightarrow c - a > 0$
 $\Rightarrow a - c < 0$

প্রদত্ত সম্পর্ক সাজালে পাই, $c > a > 0 > b$.

(c) তে দেওয়া আছে, $\frac{c-a}{a-c}$ যার, $\frac{c}{b} - a = \text{Negative}$ এবং
 $a - c = \text{Netgaive}$.

$\therefore \frac{\text{Negative}}{\text{Negative}} = \text{Positive}$.

23. If x is less than y which of the following numbers must be greater than x and less than y ?

- I. $\frac{x+y}{2}$ II. $\frac{xy}{2}$ III. $x^2 - y^2$
 (a) only I (b) only II
 (c) I and III (d) I and II

Solve: $x < y$ মানে x এর মান y এর ছোট।

$x = 1$ এবং $y = 2$ হলে,
 (i) 1.5; (ii) 1; (iii) -3.

আবার, $x = -2$ এবং $y = -1$ হলে,

(i) $\frac{x+y}{2} = \frac{(-2)+(-1)}{2} = \frac{-3}{2} = -1.5$

(ii) $\frac{(-2)-(-1)}{2} = \frac{-2}{2} = -1$

\therefore সঠিক উত্তর A

(iii) 3.

24. If $8 < \sqrt{(n+6)(n+1)} < 9$, then n would be equal to

- (a) 5 (b) 6
 (c) 7 (d) 8

Solve: $8 < \sqrt{(n+6)(n+1)} < 9$

$\Rightarrow 64 < (n+6)(n+1) < 81$ [বর্গ করে]

যদি $n = 5$ হয় তবে,

$\therefore 64 < (5+6)(5+1) < 81$

$\Rightarrow 64 < (5+6)(5+1) < 81$

$\Rightarrow 64 < 11 \times 6 < 81$

$\Rightarrow 64 < 66 < 81$

25. If $10 > x > 9$ and $x^2 = (10-y)(10+y)$, which of the followings is a possible value of y ?

- (a) -7 (b) -6
 (c) 3 (d) 4

Solve: $10 > x > 9$

$\Rightarrow 100 > x^2 > 81$ [বর্গ করে]

x^2 এর মান 81 থেকে বড় এবং 100 থেকে ছোট।

দেওয়া আছে,

$x^2 = (10-y)(10+y)$

$\Rightarrow 100 > x^2 > 81$ [বর্গ করে]

x^2 এর মান 81 থেকে বড় এবং 100 থেকে ছোট।

দেওয়া আছে, $x^2 = (10-y)(10+y)$

$\Rightarrow x^2 = 102 - y^2$

$\Rightarrow x^2 = 100 - y^2$

এখন y এর মান 3 এবং 4 বসালে $100 > x^2 > 81$

এই শর্ত পূরণ করে। তাই সঠিক উত্তর (c) ও (d)

26. If $xyz < 0$ and $x < 0$, then which of the following must always be true?

- (a) $xy > 0$ (b) $xy < 0$
 (c) $xy > z$ (d) $xy < z$

Solve: $x < 0$ হওয়ায় এখানে x এর মান ঋণাত্মক।

Negative \times Positive = Negative

আবার, Negative \times [(+xy) Positive] = Negative

উল্লিখিত সমীকরণের প্রেক্ষিতে (A) এবং (C) উভয়ই সঠিক উত্তর।

27. Which of the following is a solution to $x + x^2 = 1$?

- (a) -1 (b) $\frac{1}{2}$
 (c) 1 (d) None

Solve: $x + x^2 = 1$

$\Rightarrow x + x^2 - 1 = 0$

$\Rightarrow x^2 + x - 1 = 0$

$\therefore x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1)}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$

[$ax^2 + bx + c = 0$

$\therefore x =$ দ্বিপদ সমীকরণ]

28. If $x < z$ & $x < y$, which of the following statements are always true? Assume $x < 0$.

- I. $y < z$ II. $x < yx$ III. $2x < y + z$
 (a) Only I (b) Only II
 (c) Only III (d) II & III only

Solve: $x < z$

$x < y$

$x + x < z + y$ (যোগ করে)

$\therefore 2x < z + y$

29. If $a > b > c$, then which of the following must be true?

- (a) $2a > b + c$ (b) $4 - b > a - c$
 (c) $a > b + c$ (d) $2a = b + c$

Solve: $a > b$
 $a > c$

$2a > b + c$ (যোগ করে)

30. If x is an integer and $y = 9x + 13$, what is the greatest value of x for which y is less than 100?

- (a) 12 (b) 11
 (c) 10 (d) 9

Solve: According to the Question—

$9x + 13 < 100$
 $\Rightarrow 9x < 100 - 13$
 $\Rightarrow 9x < 87$
 $\Rightarrow x < \frac{87}{9}$
 $\Rightarrow x < 9\frac{6}{9}$

$\therefore x = 9$ because x is a integer.

31. Nasreen weights x pounds, where x is a whole number. If she gains 7 pounds, she will weight less than 120 pounds. If she gains 9 pounds, she will weight more than 120 pounds. What is Nasreen's weight in pounds?

- (a) 110 (b) 111
 (c) 112 (d) 113

Solve: According to the Question—

$x + 7 < 120 < x + 9$
 $(x + 8)$ is a equation which is only one integer between $(x + 7)$ and $(x + 9)$.
 So, $x + 8 = 120$
 $\therefore x = 112$

32. If $x < -1$, then which of the following must be true?

- (a) $x^3 > x^2 > x$ (b) $x^2 > x^3 > x$
 (c) $x^2 > x > x^3$ (d) $x > x^3 > x^2$

Solve: Let, $x = -2$ because $x < -1$
 x এর মান শুধু (c) এর ক্ষেত্রেই সঠিক।
 $x^2 > x > x^3 \Rightarrow (-2)^2 > -2 > -2^3$
 $\Rightarrow 4 > -2 > -8$

33. If $3x - 4y > 2x + 7y$, then which of the following must be true?

- (a) $x > 0$ (b) $y > 0$
 (c) $x > y$ (d) $x < y$

Solve: $3x - 4y > 2x + 7y$
 $\Rightarrow 3x - 2x > 7y + 4y$
 $\Rightarrow x > 11y \therefore x > y$

34. If $a < b$ and $c < d$, then which of the following must be true?

- (a) $-c - a > -d - b$ (b) $a + b < c + d$
 (c) $a = c$ (d) $b = d$

Solve: According to the question—

$a < b$
 $c < d$

$a + c < b + d$ (যোগ করে)
 $-a - c > -b - d$ (-1 দ্বারা গুণ করে)

35. If you buy x apples at a cost of Tk. $(y + 1.5)$ per piece and y oranges at a cost of Tk. $(x + 1.5)$ per piece, and you spend higher amount of money on buying apples, then which of the following is true?

- (a) $x > y$ (b) $y < x$
 (c) $x = y$ (d) $x > y + 3$

Solve: According to the question—

$x(y + 1.5) > y(x + 1.5)$
 $\Rightarrow xy + 1.5x > xy + 1.5y$
 $\Rightarrow 1.5x > 1.5y$
 $\Rightarrow x > y$

36. If x is a positive integer and $y > -2$, which of the following must be positive?

- (a) $3x + 4y$ (b) $\frac{x + y}{y}$
 (c) $\frac{2x + y}{x - y}$ (d) xy

Solve: $y > -2$, যদি y এর মান -1 বা, positive কোন সংখ্যা হয় তবে, নিশ্চিতভাবে বলা যাচ্ছে না কোনটি অবশ্যই Positive হবে। উত্তর: a ও c

37. If $a > 0$, $b < 0$, $c > 1$ and $d < 1$, which of the following must be true?

- (a) $ab > cd$ (b) $ab < cd$
 (c) $ac > bd$ (d) $ac < bd$

Solve: We have to find out Must be true option.

So, if $a = 2$, $b = -1$, $c = 2$, $d = -2$, then, $ab = -2$ and $cd = -4$.

$\therefore ab > cd$ যেখানে (a) True.

আবার, $a = b$ হলে, $ab = -6$ এবং $cd = -4$.

$\therefore ab < cd$ যেখানে (b) True.

সুতরাং দেখা যায় কখনো (c) আবার কখনও একই পদ্ধতিতে True হয়।

\therefore Answer — None of these.

38. If $x \geq 8$ and $y \leq 3$, then which of the following must be true?

- (a) $\frac{x}{y} = 5$ (b) $x + y \leq 11$
 (c) $x - y \geq 5$ (d) $xy \leq 24$

Solve: Here, $x \geq 8$

And $y \leq 3$

$\Rightarrow -y \geq 3$

$\Rightarrow -y \geq -3$

$x \geq 8$

$-y \geq -3$

$x - y \geq 5$ (যোগ করে)

সমাধানসহ কিছু সমস্যা:

1. $x^2 + x - 2 > 0$ অসমতাটির সমাধান করুন।

Solve: $x^2 + x - 2 > 0$

বা, $x^2 + 2x - x - 2 > 0$

বা, $x(x + 2) - 1(x + 2) > 0$

বা, $(x+2)(x-1) > 0$
 হয় উভয় ঋণাত্মক অথবা উভয় ঋণাত্মক হবে।
 ঋণাত্মক হলে, $x > -2$; $x > 1$
 $\therefore x > 1$
 এবং ঋণাত্মক হলে, $x < -2$; $x < 1$
 $\therefore x < -2$

\therefore নির্ণেয় সমাধান $x > 1$ অথবা $x < -2$

2. $x^2 - 5x + 6 > 0$ অসমতাটির সমাধান করুন।
Solve: $x^2 - 5x + 6 > 0$
 বা, $x^2 - 3x - 2x + 6 > 0$
 বা, $x(x-3) - 2(x-3) > 0$
 বা, $(x-3)(x-2) > 0$
 হয় উভয় ঋণাত্মক অথবা উভয় ঋণাত্মক হবে।
 ঋণাত্মক হলে, $x > 3$; $x > 2$
 $\therefore x > 3$
 এবং ঋণাত্মক হলে, $x < 3$; $x < 2$
 $\therefore x < 2$

\therefore নির্ণেয় সমাধান $x > 3$ অথবা $x < 2$

3. $x^2 - 3x - 10 > 0$ অসমতাটির সমাধান করুন।
Solve: $x^2 - 3x - 10 > 0$
 বা, $x^2 - 5x + 2x - 10 > 0$
 বা, $x(x-5) + 2(x-5) > 0$
 বা, $(x-5)(x+2) > 0$
 হয় উভয় ঋণাত্মক অথবা উভয় ঋণাত্মক হবে।
 ঋণাত্মক হলে, $x > -2$; $x > 5$
 $\therefore x > 5$
 এবং ঋণাত্মক হলে, $x < -2$; $x < 5$
 $\therefore x < -2$

\therefore নির্ণেয় সমাধান $x > 5$ অথবা $x < -2$

4. $x^2 - 3x + 2 < 0$ অসমতাটির সমাধান করুন।
Solve: $x^2 - 3x + 2 < 0$
 বা, $x^2 - 2x - x + 2 < 0$
 বা, $x(x-2) - 1(x-2) < 0$
 বা, $(x-2)(x-1) < 0$
 ১ম শর্তে
 হয় $(x-2)$ ঋণাত্মক এবং $(x-1)$ ঋণাত্মক।
 অথবা, $(x-2)$ ঋণাত্মক এবং $(x-1)$ ঋণাত্মক।
 এখন ১ম শর্তে, $x-2 > 0$ এবং $x-1 < 0$
 $\therefore x > 2$ $\therefore x < 1$
 আবার ২য় শর্তে, $x-2 < 0$ এবং $x-1 > 0$
 $\therefore x < 2$ এবং $x > 1$

\therefore নির্ণেয় সমাধান: $1 < x < 2$

অথবা, $\{x \in R: 1 < x < 2\}$ (Ans.)

5. একজন ছাত্র 5 টাকা দরে x টি পেন্সিল এবং 8 টাকা দরে $(x+4)$ টি খাতা কিনেছে। মোট মূল্য অনূর্ধ্ব 97 টাকা হলে, সর্বাধিক কয়টি পেন্সিল কিনেছে?
Solve: x টি পেন্সিলের দাম $5x$ টাকা এবং $(x+4)$ টি খাতার দাম $8(x+4)$ টাকা।
 প্রশ্নমতে, $5x + 8(x+4) \leq 97$
 বা, $5x + 8x + 32 \leq 97$
 বা, $13x \leq 97 - 32$

বা, $13x \leq 65$
 বা, $x \leq \frac{65}{13}$
 বা, $x \leq 5$
Ans: ছাত্রটি সর্বাধিক 5টি পেন্সিল কিনেছে।

6. একটি বোডিং-এ রোজ $4x$ কেজি চাল ও $(x-3)$ কেজি ডাল লাগে এবং চাল ও ডাল মিলে 40 কেজির বেশি লাগে না।

Solve: $4x + (x-3) \leq 40$
 বা, $4x + x - 3 \leq 40$
 বা, $5x - 3 \leq 40$
 বা, $5x - 3 + 3 \leq 40 + 3$
 বা, $5x \leq 43$
 $\therefore x \leq \frac{43}{5}$ [Ans]

পরমমান ডিক্রিক অসমতা:

1. $-3 < x < 2$ অসমতাটিকে পরমমান ব্যবহার করে প্রকাশ করুন।

Solve: $-3 < x < 2$
 বা, $-3 + \frac{1}{2} < x + \frac{1}{2} < 2 + \frac{1}{2}$
 $[-\frac{3+2}{2} = -\frac{1}{2}$ বিয়োগ করে]
 বা, $-\frac{5}{2} < x + \frac{1}{2} < \frac{5}{2}$
 বা, $|x + \frac{1}{2}| < \frac{5}{2}$
 $\therefore |2x + 1| < 5$ [Ans]

2. $-7 < x < -1$ অসমতাটিকে পরমমান চিহ্ন ব্যবহার করে প্রকাশ করুন।

Solve: $-7 < x < -1$ $[\frac{-7+(-1)}{2} = \frac{-7-1}{2}$
 $= -\frac{8}{2} = -4$ বিয়োগ করে]
 বা, $-7 + 4 < x + 4 < -1 + 4$
 বা, $-3 < x + 4 < 3$ $\therefore |x + 4| < 3$ [Ans]

3. $|x + 3| < 5$ অসমতার সমাধান করুন

Solve: $|x + 3| < 5$, $(x+3)$ ধনাত্মক হলে,
 $x + 3 < 5$
 বা, $x + 3 - 3 < 5 - 3$ [উভয় পক্ষে 3 বিয়োগ করে]
 বা, $x < 2$ $\therefore x < 2$
 আবার, $(x+3)$ ঋণাত্মক হলে, $-(x+3) < 5$
 বা, $(x+3) > -5$
 বা, $x + 3 - 3 > -5 - 3$ [উভয় পক্ষে 3 বিয়োগ করে]
 বা, $x > -8$
 $\therefore x > -8$
 \therefore নির্ণেয় সমাধান $\{x \in R: -8 < x < 2\}$ [Ans]

4. $|x - 5| < 4$ অসমতাটির সমাধান করুন।

Solve: $|x - 5| < 4$

$(x-5)$ ধনাত্মক হলে, $x-5 < 4$

বা, $x-5+5 < 4+5$ [উভয় পক্ষে 5 যোগ করে]

বা, $x < 9$

$(x-5)$ ঋণাত্মক হলে, $-(x-5) < 4$

বা, $x-5 > -4$

বা, $x-5+5 > -4+5$ [উভয় পক্ষে 5 যোগ করে]

বা, $x > 1$

∴ নির্ণেয় সমাধান : $1 < x < 9$

অথবা, $\{x \in R: 1 < x < 9\}$

5. $\frac{1}{|x-1|} < 2$ অসমতাটির সমাধান করুন।

Solve: $\frac{1}{(x-1)}$ ধনাত্মক হলে, $\frac{1}{x-1} < 2$

বা, $1 < 2(x-1)$

বা, $1 < 2x-2$

বা, $1+2 < 2x-2+2$ [উভয় পক্ষে 2 যোগ করে]

বা, $2x > 3$

বা, $x > \frac{3}{2}$

অথবা, $\frac{1}{(x-1)}$ ঋণাত্মক হলে $-\left(\frac{1}{x-1}\right) < 2$

বা, $\frac{1}{x-1} > -2$

বা, $> -2(x-1)$

বা, $1 > -2x+2$

বা, $1-2 > -2x+2-2$ [উভয় পক্ষে 2 বিয়োগ করে]

বা, $-1 > -2x$

বা, $x < \frac{1}{2}$

∴ নির্ণেয় সমাধান: $x < \frac{1}{2}$ অথবা, $x > \frac{3}{2}$

অথবা, $\left\{x \in R: x < \frac{1}{2} \text{ অথবা, } x > \frac{3}{2}\right\}$

সরল সহসমীকরণ

সরল সহসমীকরণ :

$x+y=5$ একটি সমীকরণ। এখানে x ও y দুইটি অজানা রাশি বা চলক। এই চলক দুইটি একঘাত বিশিষ্ট। এরূপ সমীকরণ সরল সমীকরণ।

এখন, $x+y=5$ এবং $x-y=3$ সমীকরণ দুইটি একত্রে বিবেচনা করলে উভয় সমীকরণ হতে প্রাপ্ত সংখ্যাগুলোর মধ্যে $x=4$, $y=1$ দ্বারা উভয় সমীকরণ যুগপৎ সিদ্ধ হয়।

চলকের মান দ্বারা একাধিক সমীকরণ সিদ্ধ হলে, সমীকরণ সমূহকে একত্রে সহসমীকরণ বলা হয় এবং চলক একঘাত বিশিষ্ট হলে সহসমীকরণ কে সরল সহসমীকরণ বলে।

দুই চলকবিশিষ্ট দুইটি সরল সমীকরণের সমাধানের পদ্ধতিগুলোর মধ্যে নিচের পদ্ধতিগুলো আলোচনা করা হল:

প্রতিস্থাপন পদ্ধতি

এই পদ্ধতিতে নিচের ধাপগুলো অনুসরণ করে সমাধান করা যায় :

- যেকোনো সমীকরণ থেকে চলক দুইটির একটির মান অপরটির মাধ্যমে প্রকাশ করা।
- অপর সমীকরণে প্রাপ্ত চলকের মান স্থাপন করে এক চলকবিশিষ্ট সমীকরণ সমাধান করা।
- নির্ণীত সমাধান প্রদত্ত সমীকরণ দুইটির যেকোনো একটিতে বসিয়ে অপর চলকের মান নির্ণয় করা।

উদাহরণ :

$$(1) \quad x + 2y = 9 \quad \text{----- (i)}$$

$$2x - y = 3 \quad \text{----- (ii)}$$

সমাধান :

(ii) নং সমীকরণ হতে পাই

$$y = 2x - 3 \quad \text{----- (iii)}$$

(i) নং সমীকরণে y এর মান বসিয়ে পাই

$$x + 4x - 6 = 9$$

$$\therefore x = 3$$

এখন x এর মান (iii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$y = 2 \times 3 - 3 = 3$$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (3, 3)$

নিজে করুন :

১. $(x-y, 3) = (0, x+2y)$ হলে $(x, y) =$ কত? [৩৩তম বিসিএস] Ans: $(x, y) = (1, 1)$

২. $3x - 7y + 10 = 0$ এবং $y - 2x - 3 = 0$ এর সমাধান [৩১তম বিসিএস] Ans: $x = -1, y = 1$

৩. $\frac{x}{3} - \frac{2}{y} = 1$ এবং $\frac{x}{4} + \frac{3}{y} = 3$ হলে $(x, y) =$ কত?

Ans: 2, 6

৪. সমাধান কর : $ax - by = ab$

$$bx - ay = ab \quad \text{Ans: } \left(\frac{ab}{a+b}, \frac{-ab}{a+b}\right)$$

অপনয়ন পদ্ধতি

এই পদ্ধতিতে নিচের ধাপগুলো অনুসরণ করে সমাধান করা যায় :

- প্রদত্ত উভয় সমীকরণকে এমন দুইটি সংখ্যা বা রাশি দ্বারা পৃথকভাবে গুণ করতে হবে যেন যেকোনো একটি চলকের সহগ সমান হয়।
- একটি চলকের সহগ সমান ও একই চিহ্নবিশিষ্ট হলে সমীকরণ পরস্পর বিয়োগ, অন্যথায় যোগ করতে হবে। বিয়োগফলকৃত (বা যোগফলকৃত) সমীকরণটি একটি এক চলকবিশিষ্ট সরল সমীকরণ হবে।
- সরল সমীকরণ সমাধানের নিয়মে চলকটির মান নির্ণয় করা।
- প্রাপ্ত চলকের মান প্রদত্ত যেকোনো একটি সমীকরণে বসিয়ে অপর চলকের মান নির্ণয় করা।

১. সমাধান কর :

$$5x - 3y = 9$$

$$3x - 5y = -1$$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ

$$5x - 3y = 9 \quad \text{----- (1)}$$

$$3x - 5y = -1 \dots\dots\dots (2)$$

সমীকরণ (1) কে 5 দ্বারা এবং সমীকরণ (2) কে 3 দ্বারা গুণ করে পাই

$$25x - 15y = 45 \dots\dots\dots (3)$$

$$9x - 15y = -3 \dots\dots\dots (4)$$

$$\begin{array}{r} (-) \quad (+) \quad (+) \\ \hline \end{array}$$

$$16x = 48 \text{ [বিয়োগ করে]}$$

$$\therefore x = 3$$

সমীকরণ (1) এ x এর মান বসিয়ে পাই,

$$5 \times 3 - 3y = 9$$

$$\text{বা, } 15 - 3y = 9$$

$$\text{বা, } -3y = 9 - 15$$

$$\text{বা, } -3y = -6$$

$$\text{বা, } y = \frac{-6}{-3}$$

$$\therefore y = 2.$$

$$\therefore (x, y) = (3, 2).$$

নিজে করুন :

$$1. \text{ সমাধান করুন : } \left. \begin{array}{l} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1 \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1 \end{array} \right\}$$

উপরোক্ত সমীকরণ দু'টি থেকে (x, y) এর মান নির্ণয় করুন?

$$\text{Ans. } \left(\frac{6}{5}, \frac{6}{5} \right)$$

$$2. \frac{x}{3} - \frac{2}{y} = 1 \text{ এবং } \frac{x}{4} + \frac{3}{y} = 3 \text{ হলে, } (x, y) = \text{কত?}$$

$$\text{Ans. } 6, 2$$

$$3. \text{ সমাধান কর : } \frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 3 \text{ এবং } \frac{x}{2} - \frac{y}{2} = 1$$

$$\text{Ans. } 4, 2$$

আড়গুণন পদ্ধতি বা বজ্রগুণন পদ্ধতি:

দুইটি সমীকরণ বিবেচনা করে পাই।

$$a_1x + b_1y + c_1 = 0 \dots\dots\dots (1)$$

$$a_2x + b_2y + c_2 = 0 \dots\dots\dots (2)$$

উপরোক্ত সমীকরণ সমাধান করলে পাই,

$$\frac{x}{b_1 c_2 - b_2 c_1} = \frac{y}{c_1 a_2 - c_2 a_1}$$

$$= \frac{1}{a_1 b_2 - a_2 b_1}$$

$$\therefore x = \frac{b_1 c_2 - b_2 c_1}{a_1 b_2 - a_2 b_1}$$

$$y = \frac{c_1 a_2 - c_2 a_1}{a_1 b_2 - a_2 b_1}$$

1. আড়গুণন পদ্ধতিতে সমাধান কর :

$$3x - 4y = 0$$

$$2x - 3y = -1$$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,

$$\left. \begin{array}{l} 3x - 4y = 0 \\ 2x - 3y = -1 \end{array} \right\} \text{ বা, } \left. \begin{array}{l} 3x - 4y + 0 = 0 \\ 2x - 3y + 1 = 0 \end{array} \right\}$$

আড়গুণন পদ্ধতিতে পাই,

$$\frac{x}{-4 \times 1 - (-3) \times 0} = \frac{y}{0 \times 2 - 1 \times 3}$$

$$= \frac{1}{3 \times (-3) - 2 \times (-4)}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-4 + 0} = \frac{y}{0 - 3} = \frac{1}{-9 + 8}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-4} = \frac{y}{-3} = \frac{1}{-1}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{4} = \frac{y}{3} = \frac{1}{1}$$

$$\therefore \frac{x}{4} = \frac{1}{1} \text{ বা, } x = 4$$

$$\text{আবার, } \frac{y}{3} = \frac{1}{1} \text{ বা, } y = 3$$

$$\therefore \text{ সমাধান } (x, y) = (4, 3)$$

নিজে করুন :

$$1. \text{ সমাধান কর : } 6x - y = 1 \text{ এবং } 3x + 2y = 13$$

$$\text{Ans. } 1, 5$$

$$2. \text{ সমাধান কর : } \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 8 \text{ এবং } \frac{3x}{4} - 3y = -3$$

$$\text{Ans. } 12, 6$$

বাস্তবিক সমস্যার সহসমীকরণ গঠন ও সমাধান :

Rule-1

$$1. \text{ 10 বছর পূর্বে পিতা ও পুত্রের বয়সের অনুপাত ছিল } 4 : 1।$$

$$10 \text{ বছর পরে পিতা ও পুত্রের বয়সের অনুপাত হবে } 2 : 1।$$

পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়স নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, বর্তমানে পিতার বয়স x বছর এবং পুত্রের বয়স y বছর

$$1ম \text{ শর্তানুসারে, } (x - 10) : (y - 10) = 4 : 1$$

$$\text{বা, } \frac{x - 10}{y - 10} = \frac{4}{1}$$

$$\text{বা, } x - 10 = 4y - 40$$

$$\text{বা, } x - 4y = 10 - 40$$

$$\therefore x - 4y = -30 \dots\dots\dots (1)$$

$$2য় \text{ শর্তানুসারে, } (x + 10) : (y + 10) = 2 : 1$$

$$\text{বা, } \frac{x + 10}{y + 10} = \frac{2}{1}$$

$$\text{বা, } x + 10 = 2y + 20$$

$$\text{বা, } x - 2y = 20 - 10$$

$$\therefore x - 2y = 10 \dots\dots\dots (2)$$

সমীকরণ (1) ও (2) হতে পাই,

$$x - 4y = -30$$

$$x - 2y = 10$$

$$\begin{array}{r} - \quad + \quad - \\ \hline \end{array}$$

$$-2y = -40 \text{ [বিয়োগ করে]}$$

$$\therefore y = \frac{-40}{-2} = 20$$

y এর মান সমীকরণ (2) এ বসিয়ে পাই,

$$x - 2 \times 20 = 10$$

$$\text{বা, } x = 10 + 40$$

$$\therefore x = 50$$

\therefore \text{ বর্তমানে পিতার বয়স } 50 \text{ বছর এবং পুত্রের বয়স } 20 \text{ বছর।}

2. আট বছর পূর্বে পিতার বয়স পুত্রের বয়সের আটগুণ ছিল। দশ বছর পর পিতার বয়স পুত্রের বয়সের দ্বিগুণ হবে। বর্তমানে কার বয়স কত?

সমাধান : মনে করি,

বর্তমানে পিতার বয়স x বছর ও পুত্রের বয়স y বছর।

$$\therefore 1ম শর্তানুসারে $x - 8 = 8(y - 8) \dots\dots\dots (1)$$$

$$\text{এবং } 2য় শর্তানুসারে, $x + 10 = 2(y + 10) \dots\dots (2)$$$

$$(1) \text{ হতে পাই, } x - 8 = 8y - 64$$

$$\text{বা, } x = 8y - 64 + 8$$

$$\text{বা, } x = 8y - 56 \dots\dots (3)$$

$$(2) \text{ হতে পাই, } x + 10 = 2y + 20$$

$$\text{বা, } 8y - 56 + 10 = 2y + 20 \text{ [(3) হতে } x \text{ এর মান বসিয়ে]}$$

$$\text{বা, } 8y - 2y = 20 + 56 - 10$$

$$\text{বা, } 6y = 66$$

$$\text{বা, } y = 11$$

$$\therefore (3) \text{ হতে পাই, } x = 8 \times 11 - 56 = 88 - 56 = 32$$

$$\therefore \text{ বর্তমানে পিতার বয়স } 32 \text{ বছর ও পুত্রের বয়স } 11 \text{ বছর।}$$

নিজে করুন :

1. মাতার বর্তমান বয়স তার দুই কন্যার বয়সের সমষ্টির চারগুণ। 5 বছর পর মাতার বয়স ঐ দুই কন্যার বয়সের সমষ্টির দ্বিগুণ হবে। মাতার বর্তমান বয়স কত?

উ. [৩০ বছর]

২. 5 বছর পূর্বে পিতা ও পুত্রের বয়সের অনুপাত ছিল 3 : 1 এবং 15 বছর পর পিতা-পুত্রের বয়সের অনুপাত হবে 2:1। পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়স নির্ণয় কর।

উ. পিতার বয়স ৬৫ বছর পুত্রের বয়স ২৫ বছর

Rule-2

1. দুই অঙ্কবিশিষ্ট কোনো সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টির সাথে 5 যোগ করলে যোগফল হবে সংখ্যাটির দশক স্থানীয় অঙ্কের তিনগুণ। আর সংখ্যাটির অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে যে সংখ্যা পাওয়া যাবে, তা মূল সংখ্যাটি থেকে 9 কম হবে। সংখ্যাটি নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি,

নির্ণেয় সংখ্যাটির দশক স্থানীয় অঙ্ক x এবং একক স্থানীয় অঙ্ক y । অতএব, সংখ্যাটি $10x + y$.

$$\therefore 1ম শর্তানুসারে $x + y + 5 = 3x \dots\dots\dots (1)$$$

$$\text{এবং } 2য় শর্তানুসারে, $10y + x = (10x + y) - 9 \dots\dots (2)$$$

আবার, সমীকরণ (2) থেকে পাই,

$$10y - y + x - 10x + 9 = 0$$

$$\text{বা, } 9y - 9x + 9 = 0$$

$$\text{বা, } y - x + 1 = 0$$

$$\text{বা, } 2x - 5 - x + 1 = 0 \text{ [(3) হতে } y \text{ এর মান বসিয়ে]}$$

$$\text{বা, } x = 4$$

(3) এ x এর মান বসিয়ে পাই,

$$y = 2 \times 4 - 5 = 8 - 5 = 3$$

\therefore নির্ণেয় সংখ্যাটি হবে

$$10x + y = 10 \times 4 + 3 = 40 + 3 = 43$$

$$\therefore \text{ সংখ্যাটি } 43$$

2. দুই অঙ্কবিশিষ্ট কোনো সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টির সাথে 7 যোগ করলে যোগফল দশক স্থানীয় অঙ্কটির তিনগুণ হয়। কিন্তু সংখ্যাটি থেকে 18 বাদ দিলে অঙ্কদ্বয় স্থান পরিবর্তন করে। সংখ্যাটি নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, দুই অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যাটির একক স্থানীয় অঙ্কটি x এবং দশক স্থানীয় অঙ্কটি y ।

$$\therefore \text{ সংখ্যাটি } = x + 10y$$

$$1ম শর্তানুসারে, $x + y + 7 = 3y$$$

$$\text{বা, } x + y - 3y = -7$$

$$\text{বা, } x - 2y = -7 \dots\dots\dots (1)$$

$$2য় শর্তানুসারে, $x + 10y - 18 = y + 10x$$$

$$\text{বা, } x + 10y - y - 10x = 18$$

$$\text{বা, } 9y - 9x = 18$$

$$\text{বা, } 9(y - x) = 18$$

$$\text{বা, } y - x = \frac{18}{9} = 2$$

$$\therefore y - x = 2 \dots\dots\dots (2)$$

$$(1) \text{ ও } (2) \text{ নং যোগ করে পাই, } -y = -5$$

$$\therefore y = 5$$

y এর মান (1) নং এ বসিয়ে পাই,

$$x - 2 \times 5 = -7$$

$$\therefore x = 3$$

$$\text{নির্ণেয় সংখ্যাটি } = 3 + 10 \times 5 = 3 + 50 = 53$$

নিজে করুন :

1. দুই অঙ্কবিশিষ্ট কোনো সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের যোগফল 10 এবং বিয়োগফল 4 হলে, সংখ্যাটি নির্ণয় কর। উত্তর: 37

2. দুই অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্ক দশক স্থানীয় অঙ্কের তিনগুণ অপেক্ষা 1 বেশি। কিন্তু অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে যে সংখ্যা পাওয়া যায়, তা অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টির আটগুণের সমান। সংখ্যা কত? উত্তর: 27

3. দুই অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের অন্তর 4; সংখ্যাটির অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে যে সংখ্যা পাওয়া যায়; তার ও মূল সংখ্যাটির যোগফল 110; সংখ্যাটি নির্ণয় কর।

উত্তর: 73 বা 37

Rule-3

1. কোনো ভগ্নাংশের লবের সাথে 7 যোগ করলে ভগ্নাংশটির মান 2 হয় এবং হর থেকে 2 বাদ দিলে ভগ্নাংশটির মান 1 হয়। ভগ্নাংশটি নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, ভগ্নাংশটি $\frac{x}{y}$, $y \neq 0$.

$$1ম শর্তানুসারে, $\frac{x + 7}{y} = 2$$$

$$x + 7 = 2y$$

$$x - 2y = -7 \dots\dots\dots (1)$$

$$2য় শর্তানুসারে, $\frac{x}{y - 2} = 1$$$

$$x = y - 2$$

$$x - y = -2 \dots\dots\dots (2)$$

সমীকরণ (1) ও (2) হতে পাই,

$$x - 2y = -7$$

$$x - y = -2$$

$$- + +$$

$$-y = -5 \text{ [বিয়োগ করে]}$$

$$\therefore y = 5$$

আবার, $y = 5$ সমীকরণ (2) এ বসিয়ে পাই,

$$x - 5 = -2$$

$$\therefore x = 5 - 2 = 3$$

$$\text{নির্ণেয় ভগ্নাংশটি } \frac{3}{5}$$

নিজে করুন :

- কোনো ভগ্নাংশের লবের সাথে 5 যোগ করলে এর মান 2 হয়। আবার, হর থেকে 1 বিয়োগ করলে এর মান 1 হয়। ভগ্নাংশটি নির্ণয় কর। **উত্তর:** $\frac{3}{4}$
- কোনো প্রকৃত ভগ্নাংশের লব ও হরের যোগফল 14 এবং বিয়োগফল 8 হলে, ভগ্নাংশটি নির্ণয় কর। **উত্তর:** $\frac{3}{13}$
- কোনো ভগ্নাংশের লব থেকে 1 বিয়োগ ও হরের সাথে 2 যোগ করলে ভগ্নাংশটি $\frac{1}{2}$ হয়। আর লব থেকে 7 বিয়োগ এবং হর থেকে 2 বিয়োগ করলে ভগ্নাংশটি $\frac{1}{3}$ হয়। ভগ্নাংশটি নির্ণয় কর। **উত্তর:** $\frac{15}{26}$

Rule-4

- দুইটি সংখ্যার যোগফল 60 এবং বিয়োগফল 20 হলে, সংখ্যা দুইটি নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, সংখ্যা দুইটি যথাক্রমে x ও y ।

$$1ম \text{ শর্তানুসারে, } x + y = 60 \dots\dots (1)$$

$$2য় \text{ শর্তানুসারে, } x - y = 20 \dots\dots (2)$$

সমীকরণ (1) ও (2) যোগ করে পাই,

$$2x = 80$$

$$\text{বা, } x = \frac{80}{2} = 40$$

আবার, সমীকরণ (1) হতে সমীকরণ (2) বিয়োগ করে পাই,

$$2y = 40$$

$$\therefore y = \frac{40}{2} = 20$$

নির্ণেয় সংখ্যা দুইটি 40 ও 20।

নিজে করুন :

- দুইটি সংখ্যার যোগফল 100 এবং বিয়োগফল 20 হলে, সংখ্যা দুইটি নির্ণয় কর। **উত্তর:** 60, 40
- দুইটি সংখ্যার যোগফল 160 এবং একটি অপরের তিনগুণ হলে, সংখ্যা দুইটি নির্ণয় কর। **উত্তর:** 120, 40
- দুইটি সংখ্যার প্রথমটির তিনগুনোর সাথে দ্বিতীয়টির দুইগুণ যোগ করলে 59 হয়। আবার, প্রথমটির দুইগুণ থেকে দ্বিতীয়টি বিয়োগ করলে 9 হয়। সংখ্যা দুইটি নির্ণয় কর।

উ. 11, 13

বিগত বিসিএস এর প্রশ্নসমূহ

- $(x - y, 3) = (0, x + 2y)$ হলে $(x, y) =$ কত? (১৬তম) **উত্তর:** (1,1)
- যদি দুইটি সংখ্যার যোগফল এবং গুণফল যথাক্রমে 20 এবং 96 হয়, তবে সংখ্যা দুইটির ব্যস্তানুপাতিক (reciprocals) যোগফল কত হবে? (৩১তম) **উত্তর:** $\frac{5}{24}$
- দুইটি সংখ্যার যোগফল 48 এবং তাদের গুণফল 432। তবে বড় সংখ্যাটি কত? (৩১তম) **উত্তর:** 36
- $3x - 7y + 10 = 0$ এবং $y - 2x - 3 = 0$ এর সমাধান- (৩১তম) **উত্তর:** $x = -1, y = 1$
- একটি প্রকৃত ভগ্নাংশের হর ও লবের অন্তর ২, হর ও লব উভয় থেকে ৩ বিয়োগ করলে যে ভগ্নাংশ পাওয়া যায় তার সঙ্গে $\frac{5}{8}$ যোগ করলে যোগফল ১ হয়, ভগ্নাংশটি কত? (২২তম) **উত্তর:** $\frac{5}{13}$
- দুই অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যার এককের অঙ্ক দশকের অঙ্ক অপেক্ষা ৩ বেশি। সংখ্যাটি উহার অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টির তিনগুণ অপেক্ষা ৪ বেশি। সংখ্যাটি কত? **উত্তর:** ২৫

বীজগণিত এর অতিরিক্ত কিছু অংশসমূহ

ল. সা. গু

দুই বা ততোধিক গুণিতকের কোনোটির গুণিতক নয়, উৎপাদকের এমন সংখ্যাকে রাশিগুলোর লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক বা ল. সা. গু. বলে। অন্য কথায় দুই বা ততোধিক রাশির সম্ভাব্য সকল উৎপাদকের সর্বোচ্চ শক্তির গুণফলকে রাশিগুলোর ল. সা. গু. বলে।
ল.সা.গু নির্ণয়ের ক্ষেত্রে প্রথমে Function গুলিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করতে হয়। অতপর ল.সা.গু হবে প্রদত্ত Function গুলির কমন উৎপাদক এবং আনকমন উৎপাদক গুলির গুণফল।

কিছু গুরুত্বপূর্ণ সমাধান

- $a^2b(a^3 - b^3), a^2b^2(a^4 + a^2b^2 + b^4)$ এবং $(a^3 + b^3)$ এর ল. সা. গু নির্ণয় করুন।

যুক্তি : প্রথম রাশি, $a^2b(a^3 - b^3)$

$$= a^2b(a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

দ্বিতীয় রাশি = $a^2b^2(a^4 + a^2b^2 + b^4)$

$$= a^2b^2\{(a^2)^2 + 2a^2b^2 + (b^2)^2\} - a^2b^2$$

$$= a^2b^2\{(a^2 + b^2)^2 - (ab)^2\}$$

$$= a^2b^2(a^2 + b^2 + ab)(a^2 + b^2 - ab)$$

$$= a^2b^2(a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)$$

$$= (a^3 + b^3)(a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

তৃতীয় রাশি = $a^3 + b^3$

$$\therefore \text{ ল. সা. গু. } = a^2b^2(a^3 - b^3)(a^3 + b^3)$$

$$= a^2b^2(a^6 - b^6)$$

- $x^3 - 1, x^3 + 1, x^4 + x^2 + 1$ এর ল.সা.গু. কত?

সমাধান : ১ম রাশি, $x^3 - 1 = (x - 1)(x^2 + x + 1)$

২য় রাশি, $x^3 + 1 = (x + 1)(x^2 - x + 1)$

৩য় রাশি, $x^4 + x^2 + 1$

$$(x^2)^2 + 2 \cdot x^2 \cdot 1 + 1^2 - x^2$$

$$= (x^2 + 1)^2 - x^2$$

$$= (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$$

∴ নির্ণয় ল. সা. গু.

$$(x-1)(x^2 + x + 1)(x+1)(x^2 - x + 1)$$

$$= (x^3 - 1)(x^3 + 1) = x^6 - 1$$

● নিজে করুন :

1. $3x^2 + 9, x^4 - 9$ এবং $x^4 + 6x^2 + 9$ এর ল. সা. গু কত?
2. $a(a+b), a^2(a-b)$ ল. সা. গু, কত?
3. $x^3y - xy^3$ এবং $x^2 - y^2$ এর ল. সা. গু কত?
4. $2x^2 + x$ এবং $4x^2 - 1$ এর ল. সা. গু. কত?
5. a^2, bc, ab^2c, abc^2 -এর ল. সা. গু.—

গ. সা. গু

দুই বা ততোধিক রাশির সম্ভাব্য সকল সাধারণ গুণনীয়কগুলোর মধ্যে যা অন্য সাধারণ গুণনীয়কগুলোর কোনটির গুণনীয়ক নয়, তাকে ঐ রাশিগুলোর গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক বা গ. সা. গু. বলে। অন্য কথায় দুই বা ততোধিক রাশির সকল সম্ভাব্য সাধারণ উৎপাদকগুলোর গুণফলকে তাদের গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক (গ. সা. গু.) বলে। গ.সা.গু হবে শুধু Common উৎপাদক বা উৎপাদক সমূহ।

কিছু গুরুত্বপূর্ণ সমাধান

1. $x^2 - 11x + 30$ এবং $x^3 - 4x^2 - 2x - 15$ এর গ. সা. গু কত?

যুক্তি : প্রথম রাশি = $x^2 - 11x + 30$

$$= x^2 - 6x - 5x + 30 = (x-6)(x-5)$$

$$\text{দ্বিতীয় রাশি} = x^3 - 4x^2 - 2x - 15$$

$x = 5$ বসালে রাশিটির মান শূন্য হয়।

$$\therefore (x-5) \text{ এর একটি উৎপাদক}$$

$$= x^3 - 5x^2 + x^2 - 5x + 3x - 15$$

$$= x^2(x-5) + x(x-5) + 3(x-5)$$

$$= (x-5)(x^2 + x + 3)$$

∴ নির্ণয় গ.সা.গু = $(x-5)$

2. $x^3 - x - 24$ এবং $x^3 - 6x^2 + 18x - 27$ এর গ. সা. গু. নির্ণয় করুন।

যুক্তি : ১ম রাশি = $x^3 - x - 24$

প্রদত্ত রাশিতে $x = 3$ বসালে শূন্য হয়

$$\therefore (x-3) \text{ একটি উৎপাদক}$$

$$x^3 - x - 24$$

$$= x^3 - 3x^2 + 3x^2 - 9x + 8x - 24$$

$$= x^2(x-3) + 3x(x-3) + 8(x-3)$$

$$= (x-3)(x^2 + 3x + 8)$$

২য় রাশি = $x^3 - 6x^2 + 18x - 27$

$$= x^3 - 3x^2 \cdot 3 + 3x \cdot 3^2 - (3)^3 - 9x + 3x^2$$

$$= (x-3)^3 + 3x(x-3) = (x-3)((x-3)^2 + 3x)$$

∴ গ. সা. গু. = $(x-3)$

3. $a^2 - b^2$ ও $a^3 + b^3$ এর গ. সা. গু.—

যুক্তি : ১ম রাশি = $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

২য় রাশি = $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$

$$\therefore \text{গ. সা. গু.} = (a+b)$$

● নিজে করুন :

1. $4(a+b), 10(a-b)$ এবং $12(a^2 - b^2)$ এর গ. সা. গু. কত?
2. $x^3 - 1, x^3 + 1, x^4 + x^2 + 1$ রাশিগুলোর গ. সা. গু. কত?
3. $x^2 - 9, x^2 + 6x + 9, x^2 + x - 6$ রাশিগুলোর গ. সা. গু. কত?